



Margarida Monteiro Ferro Costa da Silva

Licenciada em Ciências da Engenharia e Gestão Industrial

Controlo Estatístico do Processo Aplicado a uma Indústria de Produção de Porta-Eléktrodo

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Gomes Requeijo,
Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Doutora Isabel do Nascimento Nunes

Vogais: Doutora Helena Maria Pereira Pinto Dourado e Alvelos;

Doutor José Fernando Gomes Requeijo



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2019

Margarida Monteiro Ferro Costa da Silva

Licenciada em Ciências da Engenharia e Gestão Industrial

**Controlo Estatístico do Processo Aplicado
a uma Indústria de Produção de Porta-Eléktodos**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Gomes Requeijo,
Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa

Setembro 2019

Aplicação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Argamassas.

Copyright @ 2019 Margarida Monteiro Ferro Costa da Silva, Faculdade de Ciências e Tecnologia,
Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

“Our greatest weakness lies in giving up. The most certain way to success is always to try just one more time.”

Thomas Alva Edison

Agradecimentos

Queria aqui deixar as minhas palavras de agradecimento a determinadas pessoas que tiveram um papel fundamental na realização da presente dissertação, e sem as quais certamente o meu desenvolvimento a nível pessoal e profissional não seria o mesmo.

Em primeiro lugar, um obrigado muito especial ao meu orientador professor Doutor José Gomes Requeijo, por ter sido incansável ao longo dos últimos meses. Agradeço profundamente pela constante disponibilidade para me ouvir, aconselhar e auxiliar nos momentos mais complicados. Agradeço acima de tudo pelo professor extraordinário que demonstrou ser ao longo dos últimos cinco anos, uma mais valia para a instituição onde tive o prazer de estudar.

A toda a equipa da empresa SOPONTOS por ter permitido a realização da presente dissertação num ambiente de constante entreaajuda. Um especial obrigado aos meus colegas Robinho e Renato pelo companheirismo e pela ajuda que me deram para que fosse possível a minha integração na empresa.

Quero também agradecer a quatro amigos que foram o meu grande apoio no decorrer desta longa caminhada de cinco anos. Obrigada Fábio, por toda a paciência e motivação que me deste, desde o início sempre acreditaste em mim; Catarina, foste mais que uma companheira ao longo destes anos, és sem dúvida uma amiga que levo de MIEGI para a Vida; Diogo, obrigada pelos gelados, pelas conversas e por me aturares sempre que desesperava; por último, Sérgio, não tenho palavras para agradecer tudo o que fizeste por mim, sem ti não teria a força e a motivação para concluir com sucesso esta etapa da minha vida.

Finalmente, um agradecimento muito especial à minha família: pai, avós, e em particular à minha mãe, um exemplo para mim, que me mostrou que é preciso enfrentar as dificuldades e lutar pelos nossos objetivos, obrigada por me ouvires, apoiares e consolares quando as coisas não corriam tão bem.

A todos vocês o meu mais sincero obrigado!

Resumo

No contexto atual, as organizações procuram cada vez mais adotar a lógica do *just in time* (*JIT*), isto é, produzir o que o cliente pretende, no momento certo, reduzindo o armazenamento de matérias-primas, componentes, produtos em vias de fabrico e produtos finais, de modo a evitar desperdícios e esforços financeiros desnecessários. Esta ótica *JIT* revolucionou o modo como é planeada a produção, dado que para responder às novas exigências, as organizações passaram a produzir um menor número de unidades de cada vez, surgindo neste contexto o termo denominado de Pequena Produção ou *Short Run*.

Integrada nesta nova realidade surge a empresa SOPONTOS, uma empresa do ramo da manufatura, que se dedica ao fabrico de porta-eléktodos para a soldadura por resistência. Esta empresa tem como missão fornecer soluções que gerem benefícios aos seus clientes, e para tal, procura constantemente melhorar a qualidade e eficiência da sua produção

O presente estudo visa implementar o Controlo Estatístico do Processo, na sua vertente univariada e multivariada, na empresa SOPONTOS. Nesta empresa é possível distinguir dois tipos de produção integradas do contexto de *Short Run*. Este contexto impossibilita a aplicação do controlo estatístico de processos tradicional, pelo que é necessário recorrer a outras metodologias.

Uma parte da produção corresponde a um número reduzido de unidades, ocorrendo uma nova produção ao fim de um tempo relativamente distante, onde são aplicadas, no estudo univariado, cartas de controlo \bar{X} e S (Fase 1) e cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S (Fase 2), no estudo multivariado, é implementada a carta T^2 . Numa outra parte da produção é produzido um elevado número de peças, embora a sua produção ocorra rapidamente em termos temporais, neste caso, no estudo univariado são utilizadas cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ e na vertente multivariada cartas $MQ(X)$.

Todo este estudo permite não só um maior controlo sobre o processo produtivo, analisando a capacidade do mesmo, mas também averiguar as causas de uma eventual variabilidade a nível dos processos e a implementação das respetivas ações corretivas. Pretende-se deste modo contribuir para que a empresa melhore a qualidade dos seus produtos e para que reduza os custos de produção associados essencialmente a não conformidades, de modo a que reafirme a sua posição num mercado fortemente competitivo.

Palavras Chave: *JIT*, *Short Run*, Controlo Estatístico do Processo, Cartas de Controlo, Controlo Multivariado do Processo, Variabilidade, Capacidade do Processo.

Abstract

In the current context, the organizations are looking forward more and more to adopt the logic “just in time” (JIT), that is, produce what the client wants, when he wants, reducing the raw material storage, components, products in the making, along with final products, to avoid waste and unnecessary financial efforts. The JIT logic changed the way production is planned, since in order to answer the new requirements, the organizations had to start producing a smaller number of units at a time, making place to the term denominated as Short Run.

Alongside this new reality, surfaces the company SOPONTOS, a company in the field of manufacturing, that dedicates itself to the fabrication of electrode holder for resistance welding. This company’s mission, consists in providing solutions that benefit their customers, and as such, is constantly seeking to improve its quality and efficiency.

The present study aims to implement the Statistical Process Control, in its univariate and multivariate aspect, in the company SOPONTOS. In this company it is possible to distinguish two types of integrated production of Short Run context. This context makes impossible the application of statistical control of traditional processes, wich makes it necessary to resort to other methodologies.

Part of the production corresponds to a small number of units, taking place a new production after a relatively distant time, where will be applied, in the univariate study, control charts \bar{X} e S (Phase 1) and charts $Z_{\bar{X}}$ e W_S (Phase 2), in the multivariate study, will be implemented the T^2 chart. In other part of the process, it is produced a high number of parts, although its production occurs rapidly in temporal terms, in this case, on the univariate study where implemented $Q(x)$ and $Q(MR)$ charts, and in the multivariate strand $MQ(x)$ charts.

This entire study allows not only a bigger control over a productive process, as it analyses its own capacity, but also verifies the causes of an eventual variability at the process level and the implementation of the respective corrective measures. This is intended to help the company improve the quality of its products and to reduce the production costs associated essentially with nonconformities, in order to reaffirm its position in a highly competitive market.

Key words: JIT, Short Run, Statistical Process Control, Control Charts, Multivariate Process Control, Variability, Process Capacity.

Índice

1.	Introdução.....	1
1.1.	Enquadramento e Justificação do Tema.....	1
1.2.	Objetivos.....	2
1.3.	Metodologia	3
1.4.	Estrutura da Dissertação	4
2.	Fundamentação teórica.....	5
2.1.	Evolução do conceito de qualidade.....	5
2.2.	Controlo Estatístico Univariado do Processo- Abordagem Tradicional	7
2.2.1.	Princípios Subjacentes às Cartas de Shewhart	7
2.2.2.	Deteção de Causas Especiais	9
2.2.3.	Condições de Aplicabilidade	11
2.2.4.	Transformação de Dados Não Normais.....	12
2.2.4.1.	Transformação de Box e Cox.....	14
2.2.4.2.	Sistema de Distribuições de Johnson	15
2.2.5.	Recolha de Dados	14
2.2.6.	Fases de implementação	15
2.2.7.	Tipos de Cartas de Controlo	16
2.2.8.	Cartas de Controlo de Variáveis	17
2.2.9.	Capacidade Univariada do Processo	21
2.2.9.1.	Dados Normalmente Distribuídos	21
2.2.9.2.	Dados Não Normais	23
2.3.	Controlo Estatístico Univariado do Processo- Pequenas Produções	24
2.3.1.	Cartas de Controlo Z e W.....	26
2.3.1.1.	Capacidade do Processo.....	27
2.3.2.	Cartas de Controlo Q.....	29
2.3.2.1.	Capacidade do Processo.....	33
2.4.	Controlo Estatístico Multivariado do Processo	33
2.4.1.	Cartas Multivariadas Tradicionais	33
2.4.1.1.	Cartas T^2 para Controlo da Média utilizando Amostras	33

2.4.1.2.	Interpretação cartas T^2	33
2.4.1.3.	Estudo da Capacidade para dados Normais	33
2.4.1.4.	Estudo da Capacidade para dados Não Normais	40
2.4.2.	Cartas Multivariadas para Pequenas Produções	41
2.4.2.1.	Cartas MQ_x	41
2.4.2.2.	Estudo da Capacidade	42
3.	Caraterização da Empresa	45
3.1.	SOPONTOS- Indústria de Produtos para Soldadura	45
3.2.	Processo Produtivo	46
3.3.	Controlo de Qualidade.....	49
4.	Estudo de Caso	51
4.1.	Introdução	51
4.2.	SPC-Produção de pontas para porta-eléktodos	51
4.2.1.	Recolha de Dados	53
4.2.2.	Estudo Univariado (SPC)	53
4.2.2.1.	Fase 1- Cartas X e S	53
4.2.2.1.1.	Estudo da Normalidade	53
4.2.2.1.2.	Estimação dos Parâmetros	53
4.2.2.1.3.	Estudo da Capacidade dos Processos	53
4.2.2.2.	Fase 2- Cartas Z_x e W_s	60
4.2.2.2.1.	Análise da Capacidade	61
4.2.3.	Estudo Multivariado (MSPC)	62
4.2.3.1.	Controlo da Média.....	62
4.2.3.1.1.	Fase 1- Carta T^2	62
4.2.3.1.2.	Fase 1- Estimação dos Parâmetros.....	64
4.2.3.1.3.	Estudo Multivariado da Capacidade dos Processos	64
4.2.3.1.4.	Fase 2- Carta T^2	64
4.3.	SPC-Produção de Porta-Eléktodos	66
4.3.1.	Recolha de dados.....	67
4.3.2.	Estudo Univariado- Cartas Q(X) e Q(MR).....	67

4.3.3.	Estudo Multivariado- Cartas MQ(X).....	71
4.4.	Conclusões.....	72
4.4.1.	Comparação entre o SPC e MSPC na Produção de Pontas para Porta-Elérodos.....	72
4.4.2.	Comparação entre SPC e MSPC na Produção de Porta-Elérodos.....	72
5.	Conclusões.....	79
5.1.	Produção de Pontas para Porta-Elérodos.....	79
5.2.	Produção de Porta-Elérodos	80
5.3.	Conclusões gerais	80
5.4.	Sugestões para trabalhos futuros	81
6.	Referências Bibliográficas	83
	Anexos	85
	Anexo A - Tabela das Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis	85
	Anexo B : Tabela do Teste de Kolmogorov-Smirnov	86
	Anexo C : Estudo Univariado Fase I- Cartas dos produtos K, Y e R6.....	87
	Anexo D : Teste de Kolmogorov-Smirnov dos produtos K, Y e R6.	91
	Anexo E : Índices de Capacidade relativos à Fase 1 para dados Não-Normais dos produtos K, Y e R6.....	95
	Anexo F : Tabelas de apoio à construção das Cartas Z_X e W_S dos produtos K, Y e R6... ..	99
	Anexo G : Cartas Z_X e W_S dos produtos Y e R6.....	102
	Anexo H : Índices de capacidade dos produtos K, Y e R6 relativos ao final da Fase 2..	104
	Anexo I : Estudo Multivariado- Fase 1 para os produtos K, Y e R6.....	108
	Anexo J : Estudo Multivariado- Fase 2 para os produtos K, Y e R6.....	114
	Anexo K : Teste de Kolmogorov-Smirnov às características 2 e 3 dos porta-elérodos ...	117
	Anexo L : Cartas Q(X) e Q(MR)	118
	Anexo M : Cartas MQ(X)	141
	Anexo N : Tabelas auxiliares à construção da carta MQ(X) do produto 103071144.....	144

Índice de Figuras

Figura 2.1- Representação gráfica de uma carta de controlo tradicional	8
Figura 2.2- Regras para deteção de causas especiais	10
Figura 2.3- Intervalo de confiança do parâmetro de transformação	12
Figura 2.4- Metodologia para escolha da carta mais adequada a uma situação de ShortRun	25
Figura 2.5- Metodologia para implementação das Cartas Multivariadas para controlo da Média	34
Figura 2.6- Regiões da especificação do processo para $p=2$	38
Figura 3.1- Organograma da SOPONTOS	46
Figura 3.2- Porta-eléctrodo produzido pela empresa SOPONTOS	46
Figura 3.3- Fases do processo produtivo dos porta-eléctrodos	47
Figura 3.4- Ponta para Porta-eléctrodo produzido pela empresa SOPONTOS	49
Figura 3.5- Fases do processo produtivo das pontas para os porta-eléctrodos	49
Figura 4.1- Ponta do tipo K para porta-eléctrodo	52
Figura 4.2- Ponta do tipo Y para porta-eléctrodo	52
Figura 4.3- Ponta do tipo R6 para porta-eléctrodo	52
Figura 4.4- Carta \bar{X} relativa à caraterística X1 do produto K	54
Figura 4.5- Carta S relativa à caraterística X1 do produto K	54
Figura 4.6- Cartas \bar{X} e S relativas à caraterística X1 do produto K (2ª intervenção)	55
Figura 4.7- Cartas \bar{X} e S relativas à caraterística X1 do produto K (3ª intervenção)	55
Figura 4.8- Verificação da Normalidade da Característica X1 do Produto K	57
Figura 4.9- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X1 do Produto K	59
Figura 4.10- Cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S das caraterísticas X1, X2 e X3 relativas ao produto K	60
Figura 4.11- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto K (Fase 2)	63
Figura 4.12- Carta T^2 do Produto K (Fase 1) primeira intervenção	64
Figura 4.13- Carta T^2 do Produto K (Fase 1) segunda intervenção	66
Figura 4.14- Carta T^2 do Produto K (Fase2)	69
Figura 4.15- Carta Q(X) relativa à caraterística 1 do produto 103071144	69
Figura 4.16- Carta Q(MR) relativa à caraterística 1 do produto 103071144	68
Figura 4.17- Carta Multivariada MQ(X) relativa às caraterísticas 1, 2 e 3 do produto 103071144	75
Figura 4.18- Matriz das correlações, ρ , entre as várias caraterísticas em estudo para o produto R6	75
Figura A.1- Constantes para Construção de cartas de controlo de variáveis	87
Figura B.1- Distribuição Estatística D -Kolmogorv-Smirnov	87

Figura C.1- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X2 do produto K	87
Figura C.2- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X3 do produto K	87
Figura C.3- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X1 do produto Y	88
Figura C.4- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X2 do produto Y	88
Figura C.5- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X3 do produto Y	89
Figura C.6- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X1 do produto R6	89
Figura C.7- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X2 do produto R6	90
Figura C.8- Carta de Controle \bar{X} e S para a característica X3 do produto R6	90
Figura D.1- Verificação da Normalidade da Característica X2 do Produto K	91
Figura D.2- Verificação da Normalidade da Característica X3 do Produto K	91
Figura D.3- Verificação da Normalidade da Característica X1 do Produto Y	92
Figura D.4- Verificação da Normalidade da Característica X2 do Produto Y	92
Figura D.5- Verificação da Normalidade da Característica X3 do Produto Y	93
Figura D.6- Verificação da Normalidade da Característica X1 do Produto R6	93
Figura D.7- Verificação da Normalidade da Característica X2 do Produto R6	94
Figura D.8- Verificação da Normalidade da Característica X3 do Produto R6	94
Figura E.1- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X2 do Produto K	95
Figura E.2- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X3 do Produto K	95
Figura E.3- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X1 do Produto Y	96
Figura E.4- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X2 do Produto Y	96
Figura E.5- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X3 do Produto Y	97
Figura E.6- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X1 do Produto R6	97
Figura E.7- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X2 do Produto R6	98
Figura E.8- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X3 do Produto R6	98
Figura G.1- Carta $Z_{\bar{X}}$ das características X1, X2 e X3 relativas ao produto Y	102
Figura G.2- Carta W_S das características X1, X2 e X3 relativas ao produto Y	102
Figura G.3- Carta $Z_{\bar{X}}$ das características X1, X2 e X3 relativas ao produto R6	103
Figura G.4- Carta W_S das características X1, X2 e X3 relativas ao produto R6	103
Figura H.1- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X2 do Produto K (Fase 2)	104
Figura H.2- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X3 do Produto K (Fase 2)	104
Figura H.3- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X1 do Produto Y (Fase 2)	105
Figura H.4- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X2 do Produto Y (Fase 2)	105
Figura H.5- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X3 do Produto Y (Fase 2)	106
Figura H.6- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X1 do Produto R6 (Fase 2)	106
Figura H.7- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X2 do Produto R6 (Fase 2)	107
Figura H.8- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica X3 do Produto R6 (Fase 2)	107
Figura I.1- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 1) do Produto K- primeira intervenção	111

Figura I.2- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 1) do Produto K- segunda intervenção	111
Figura I.3- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 1) do Produto Y- primeira intervenção	111
Figura I.4- Carta T^2 do Produto Y (Fase 1) - primeira intervenção	111
Figura I.5- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 1) do Produto R6- primeira intervenção	111
Figura I.6- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 1) do Produto R6- segunda intervenção	112
Figura I.7- Carta T^2 do Produto R6 (Fase 1) - primeira intervenção	112
Figura I.8- Carta T^2 do Produto R6 (Fase 1) - segunda intervenção	113
Figura J.1- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 2) do Produto K	115
Figura J.2- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 2) do Produto Y	115
Figura J.3- Carta T^2 do Produto Y (Fase 2)	115
Figura J.4- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 2) do Produto R6	115
Figura J.5- Carta T^2 do Produto R6 (Fase 2)	115
Figura L.1- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto 103071144	118
Figura L.2- Carta Q(MR) relativa à característica 2 do produto 103071144	118
Figura L.3- Carta Q(X) relativa à característica 3 do produto 103071144	119
Figura L.4- Carta Q(MR) relativa à característica 3 do produto 103071144	119
Figura L.5- Carta Q(X) relativa à característica 1 do produto 261020.....	120
Figura L.6- Carta Q(MR) relativa à característica 1 do produto 261020	120
Figura L.7- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto 261020.....	121
Figura L.8- Carta Q(MR) relativa à característica 2 do produto 261020	121
Figura L.9- Carta Q(X) relativa à característica 3 do produto 261020.....	122
Figura L.10- Carta Q(MR) relativa à característica 3 do produto 261020	122
Figura L.11- Carta Q(X) relativa à característica 1 do produto 276151	123
Figura L.12- Carta Q(MR) relativa à característica 1 do produto 276151	123
Figura L.13- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto 276151	124
Figura L.14- Carta Q(MR) relativa à característica 2 do produto 276151	124
Figura L.15- Carta Q(X) relativa à característica 3 do produto 276151	125
Figura L.16- Carta Q(MR) relativa à característica 3 do produto 276151	125
Figura L.17- Carta Q(X) relativa à característica 1 do produto 103069930	126
Figura L.18- Carta Q(MR) relativa à característica 1 do produto 103069930	126
Figura L.19- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto 103069930	127
Figura L.20- Carta Q(MR) relativa à característica 2 do produto 103069930	127
Figura L.21- Carta Q(X) relativa à característica 3 do produto 103069930	128
Figura L.22- Carta Q(MR) relativa à característica 3 do produto 103069930	128
Figura L.23- Carta Q(X) relativa à característica 1 do produto 103045679	129

Figura L.24- Carta Q(MR) relativa à característica 1 do produto 103045679	129
Figura L.25- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto 103045679	130
Figura L.26- Carta Q(MR) relativa à característica 2 do produto 103045679	130
Figura L.27- Carta Q(X) relativa à característica 3 do produto 103045679	131
Figura L.28- Carta Q(MR) relativa à característica 1 do produto 103045679	131
Figura L.29- Carta Q(X) relativa à característica 1 do produto R10007511	132
Figura L.30- Carta Q(MR) relativa à característica 1 do produto R10007511	132
Figura L.31- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto R10007511	133
Figura L.32- Carta Q(X) relativa à característica 2 do produto R10007511	133
Figura L.33- Carta Q(X) relativa à característica 3 do produto R10007511	134
Figura L.34- Carta Q(MR) relativa à característica 3 do produto R10007511	134
Figura L.35- Carta Q(X) relativa à característica 1 de todos os produtos	134
Figura L.36- Carta Q(MR) relativa à característica 1 de todos os produtos	134
Figura L.37- Carta Q(X) relativa à característica 2 de todos os produtos	134
Figura L.38- Carta Q(MR) relativa à característica 2 de todos os produtos	134
Figura L.39- Carta Q(X) relativa à característica 3 de todos os produtos	134
Figura L.40- Carta Q(MR) relativa à característica 3 de todos os produtos	134
Figura M.1- Carta Multivariada MQ(X) relativa às características 1, 2 e 3 do produto 261020	141
Figura M.2- Carta Multivariada MQ(X) relativa às características 1, 2 e 3 do produto 276151	141
Figura M.3- Carta Multivariada MQ(X) relativa às características 1, 2 e 3 do produto 103069930	142
Figura M.4- Carta Multivariada MQ(X) relativa às características 1, 2 e 3 do produto 103045679	142
Figura M.5- Carta Multivariada MQ(X) relativa às características 1, 2 e 3 do produto R100075117	143

Índice de Tabelas

Tabela 2.1- Sistema de Distribuições de Johnson (SDJ)	13
Tabela 2.2- Tipos de cartas de controlo de variáveis	17
Tabela 2.3- Tipos de cartas de controlo de atributos	17
Tabela 2.4- Valores das constantes \tilde{A}_2 para $n=3, 5, 7$ e 9	19
Tabela 2.5- Estimadores dos parâmetros para Cartas de Controlo de Variáveis	20
Tabela 2.6- Limites para Cartas de Controlo de Variáveis cujos parâmetros do processo são conhecidos	21
Tabela 4.1- Especificações das caraterísticas X_1, X_2 e X_3 relativas ao produto K	52
Tabela 4.2- Especificações das caraterísticas X_1, X_2 e X_3 relativas ao produto Y	52
Tabela 4.3- Especificações das caraterísticas X_1, X_2 e X_3 relativas ao produto R6	52
Tabela 4.4- Resumo do estudo da Normalidade de todas as caraterísticas dos produtos K, Y e R6	57
Tabela 4.5- Parâmetros estimados referentes às diversas caraterísticas dos produtos K, Y e R6 na Fase I do estudo univariado	58
Tabela 4.6- Quadro resumo do Estudo da Capacidade das caraterísticas X_1, X_2 e X_3 dos produtos K, Y e R6 (Fase 1)	59
Tabela 4.7 Quadro resumo do Estudo da Capacidade das caraterísticas X_1, X_2 e X_3 dos produtos K, Y e R6 (Fase 1)	62
Tabela 4.8- Estatística d aplicada ao Estudo Multivariado (Fase I) do produto K	63
Tabela 4.9- Estimativa do vetor média μ para os produtos K, Y e R6	64
Tabela 4.10- Estimativa da matriz das covariâncias S para os produtos K, Y e R6	64
Tabela 4.11- Índices de Capacidade C_{PM}, PV e LI para os produtos K, Y e R6	65
Tabela 4.12- Especificações das caraterísticas 1, 2 e 3 relativas aos diversos produtos	67
Tabela 4.13- Teste KS aplicado à caraterística 1 dos diversos produtos em determinados instantes do estudo	68
Tabela 4.14- Análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a caraterística 1 dos vários produtos	70
Tabela 4.15- Análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a caraterística 2 dos vários produtos	70
Tabela 4.16- Análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a caraterística 1 dos vários produtos	70
Tabela 4.17- Comparação na deteção de causas especiais no estudo SPC e MSPC (Fase 1) para os produtos K, Y e R6	73
Tabela 4.18- Comparação dos parâmetros estimados no estudo SPC e MSPC	74
Tabela 4.19- Comparação do estudo SPC e MSPC relativamente à capacidade dos processos relativos aos produtos K, Y e R6	74
Tabela 4.20- Comparação na deteção de causas especiais no estudo SPC e MSPC (Fase 1) para os diversos produtos	76

Tabela 4.21- Comparação dos índices QS, QI e PV para o produto 103071144 em r=5 e r=6	77
Tabela A.1- Constantes para Construção de cartas de controlo de variáveis	85
Tabela B.1- Distribuição Estatística D -Kolmogorv-Smirnov.....	85
<i>Tabela F.1- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X1 do produto K.....</i>	<i>99</i>
<i>Tabela F.2- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X2 do produto K.....</i>	<i>99</i>
<i>Tabela F.3- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X3 do produto K.....</i>	<i>99</i>
Tabela F.4- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X1 do produto Y	100
Tabela F.5- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X2 do produto Y	100
Tabela F.6- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X3 do produto Y	100
Tabela F.7- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X1 do produto R6.....	101
Tabela F.8- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X2 do produto R6.....	101
Tabela F.9- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X3 do produto R6.....	101
Tabela I.1- Tabela auxiliar para cálculo da estatística d aplicada ao produto R6	113
Tabela K.1- Teste KS à caraterística 2 dos vários modelos de porta-elérodos em estudo	117
Tabela K.2- Teste KS à caraterística 3 dos vários modelos de porta-elérodos em estudo	117
Tabela N.1- Tabela auxiliar de cálculo à carta MQ(X) do produto 103071144.....	144
Tabela N.2- Tabela auxiliar para calculo do índice de capacidade $(C_{PM})_{MQ}$ para o produto 103071144.....	151

Lista de Acrónimos e Siglas

<i>ARL</i>	<i>Average Run Lenght</i>
<i>ARL_{Em Controlo}</i>	ARL quando o processo está sob controlo estatístico
<i>ARL_{Fora de Controlo}</i>	ARL quando o processo não está sob controlo estatístico
<i>CUSUM</i>	<i>Cumulative Sum</i> (Somas acumuladas)
<i>EWMA</i>	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i> (Média móvel exponencialmente amortecido)
<i>ISO</i>	<i>Internacional Organization for Standardization</i>
<i>JIT</i>	<i>Just in Time</i>
<i>KS</i>	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>
<i>LC</i>	Linha Central
<i>LIC, LSC</i>	Limite Inferior e Superior de Controlo
<i>LIE, LSE</i>	Limite Inferior e Superior de Especificação
<i>MR</i>	<i>Moving Range</i> (Amplitude Móvel)
<i>MSPC</i>	<i>Multivariate Statistical Process Control</i>
<i>QFD</i>	<i>Quality Function Deployment</i> , Desdobramento da Função Qualidade
<i>R</i>	<i>Range</i> (Amplitude amostral)
<i>S</i>	<i>Standard Deviation</i> (Desvio padrão amostral)
<i>SS_{Erro}</i>	Variação Residual
<i>SS_{Crítico}</i>	Valor crítico da variação
<i>SPC</i>	<i>Statistical Process Control</i> (Controlo Estatístico do Processo)
<i>SDJ</i>	Sistema de Distribuições de Johnson
<i>Var</i>	Variância

Simbologia

A, A_2, A_3	Constantes para construção das cartas de controle de variáveis
A_r	Parâmetro da estimação da estatística $Q_r(X_r)$ para as cartas MQ_x
B_3, B_4, B_5, B_6	Constantes para a construção das cartas de controle de variáveis
c_4	Constante para a construção das cartas de controle de variáveis
C_p	Índice de capacidade potencial do processo
C_{pk}	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S$	Índice de capacidade inferior ou superior
C_{pm}	Índice de capacidade potencial corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal
C_{pM}	Índice de capacidade potencial multivariado
C_{pmk}	Índice de capacidade corrigido pelo desvio da média em relação ao valor nominal
D_1, D_2, D_3, D_4	Constantes para construção das cartas de controle de variáveis
d	Estatística de teste de Kolmogorov-Smirnov
d_2	Fatores para construção das cartas de controle de variáveis
d_i	Estatística para determinar qual a variável i é responsável pela situação de fora de controle da carta T^2
$D_{crítico}$	Valor crítico para o teste Kolmogorov-Smirnov
$det(\Sigma_i^{-1})$	Determinante da inversa da matriz Σ_i
$det(\Sigma^{-1})$	Determinante da inversa da matriz Σ
$E(X)$	Valor esperado da característica da qualidade X
fpc	Fator processo centrado
F_0	Valor da estatística amostral de <i>Fisher</i>
$F_{p,N-p}$	Função de distribuição de Fisher com p e $N - p$ graus de Liberdade
$F_{\alpha;p,(m-p-1)}$	Percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição de Fisher com parâmetro p e $m - p - 1$
$F_{\alpha;p,mn-m-p+1}$	Percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição de Fisher com parâmetro p e $mn - m - p + 1$
$F_{v1,v2}(\cdot)$	Função de Distribuição de <i>Fisher</i> com v_1 e v_2 graus de liberdade no numerador e denominador, respetivamente
$G_v(\cdot)$	Função de Distribuição <i>t-student</i> , com v graus de liberdade
$g.l$	Graus de liberdade
H_0	Hipótese Nula

H_1	Hipótese alternativa
k	Número de classes segundo a Regra de Sturges
LI	Índice de capacidade multivariado
L_p	Percentil à direita de 0,135%
m	Número de amostras
M	Mediana
$MC_p, MC_{pk}, MC_{pm}, MC_{pmk}$	Índices multivariados da capacidade do processo
MR	Amplitude móvel
MR_i	Amplitude móvel da amostra i
\overline{MR}	Média de amplitudes móveis
N	Número de dados
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com média μ e variância σ
$N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	Distribuição Normal multivariada com vetor média $\boldsymbol{\mu}$ e matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$
n	Dimensão da amostra
np	Número de unidades não conformes
PV	Índice de capacidade multivariado, que compara as localizações dos vetores $\boldsymbol{\mu}$ e \mathbf{T}
PV_{MQ}	Índice de capacidade multivariado que compara as localizações dos vetores $\boldsymbol{\mu}$ e \mathbf{T} para cartas $MQ(X)$
p	Proporção de unidades não conforme; também número de características da qualidade para o controlo multivariado do processo
$Q_i(\overline{X}_i)$	Estatística Q obtida através da transformação de \overline{X}
Q_i	Índice inferior de capacidade das cartas Q
\widehat{Q}_I	Estimativa do índice inferior de capacidade das cartas Q
$Q_i(S_i^2)$	Estatística Q obtida através da transformação de S_i^2
$Q_r(X_r)$	Estatística Q obtida através da transformação da variável X no instante r
$Q_r(MR_r)$	Estatística Q obtida através da transformação da variável MR no instante r
Q_S, Q_I	Índice superior ou inferior de capacidade das cartas Q
R	Amplitude amostral
\bar{R}	Média de amplitudes de amostras

R_i	Valor da amplitude na amostra i
\mathbf{S}	Matriz das Covariâncias amostrais
S	Desvio Padrão Amostral
S_B, S_L, S_U	Famílias de distribuições de Johnson
$SS_{crítico}$	Valor crítico da transformação de Box e Cox
$SS_{ErroMínimo}$	Variação Residual Mínima
\bar{S}^2	Média das variâncias das amostras
S_i^2	Variância da amostra i
S_{jh}	Covariância entre as características da qualidade j e h
S_{jkh}	Covariância entre as características da qualidade j, h na amostra k
S_{jk}^2	Variância da característica j na amostra k
$S_{p,i}^2$	Variância combinada de i amostras
S_r	Desvio padrão amostral para um instante r
\mathbf{T}	Vetor dos valores nominais das p características da qualidade
T^2	Estatística multivariada de <i>Hotteling</i>
T_i^2	Estatística multivariada de <i>Hotteling</i> para todas as variáveis do processo à exceção da variável i
U_p	Percentil à direita de 99,865%
\hat{v}	Valor estimado de $Var(r_k)$
$(Wi)_j$	Estatística W relativa à Amplitude da amostra i para o produto j
X	Característica da qualidade
\mathbf{X}	Vetor constituído pelos valores das p variáveis
\bar{X}	Média amostral
$\bar{\mathbf{X}}$	Vetor média amostral
$\bar{\bar{X}}$	Média das médias amostrais
\tilde{X}	Mediana amostral
$\bar{\tilde{X}}$	Média das medianas amostrais
\mathbf{X}_k	Vetor média, no instante k , constituído pelas p médias de amostras
X_t	Valor da característica X para o período t

$X_{T+\tau}$	Valor X para o período $T + \tau$
$\hat{X}_{T+\tau}(T)$	Previsão realizada no período T para o período $T + \tau$
Y_T	Transformada de Box e Cox dos valores de Y_i
Z	Variável da normal reduzida; Gerador de famílias de distribuições de Johnson
$(Z_i)_j$	Estatística Z para determinada amostra i para a característica ou produto j
Z_I, Z_S	Índice de capacidade inferior ou superior para as cartas Z
α	Nível de significância, risco do produtor
α_j	Nível de significância para a característica j
β	Risco do consumidor
λ	Parâmetro de transformação pelo método Box-Cox
$\beta_{\alpha; p/2, (m-p-1)/2}$	Percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição Beta com parâmetros $p/2$ e $(m - p - 1)/2$
χ^2	Estatística do Qui-quadrado
$\chi^2_{\alpha; p}$	Percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição Qui-quadrado com parâmetro p
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}; n-1}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado para uma probabilidade $\frac{\alpha}{2}$ com parâmetro $n - 1$
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado para uma probabilidade $(1 - \frac{\alpha}{2})$ com parâmetro $n - 1$
$\phi^{-1}(\cdot)$	Inverso da função de distribuição cumulativa Normal
μ	Média do Processo
$\boldsymbol{\mu}$	Vetor média do processo
$\hat{\mu}$	Média do processo estimada
μ_ω	Média de uma carta de controle
v	Graus de liberdade
θ_j	Parâmetro da componente média móvel
Σ	Matriz das covariâncias amostrais
ρ	Coeficiente de correlação médio
σ	Desvio padrão do processo
σ^2	Variância do processo

$\hat{\sigma}$	Valor estimado do desvio padrão do processo
σ_{ω}	Desvio padrão de uma carta de controle
ω	Estatística de uma carta de controle

1. Introdução

Neste primeiro capítulo é feita uma abordagem ao enquadramento do tema da presente dissertação bem como uma justificação do mesmo. É também referido os objetivos a atingir com o trabalho a realizar assim como a metodologia à qual se irá recorrer para que sejam atingidos esses mesmo objetivos. Por último, é apresentado o modo como está organizado o presente documento.

1.1. Enquadramento e Justificação do Tema

Atualmente, os setores relacionados com a manufatura englobam uma vasta gama de atividades e técnicas de produção, que incluem desde pequenas e médias empresas, até empresas de elevadas dimensões com um elevado volume de negócios; sendo que as tecnologias de ligação e a soldadura estão presentes em todos estes setores da manufatura.

A manufatura abrange 24 subsetores diferentes, sendo que em 2016, segundo dados do Eurostat, o maior subsetor corresponde ao do fabrico de veículos a motor, reboques e semi-reboques. (Statistics Explained, 2017)

A soldadura representa uma atividade industrial com grande destaque na economia nacional já que assegura 30 mil postos de trabalho, um número que tem vindo a aumentar devido à sua importância para os processos nas mais variadas indústrias. A nível europeu, este número toma proporções ainda maiores já que o ramo da soldadura é responsável pela criação de cerca de 1,25 milhões de postos de trabalho. (Expressoemprego, 2015)

No contexto atual, vive-se um período de grande competitividade empresarial, onde as empresas procuram colocar no mercado produtos que cumpram os padrões de qualidade do público alvo, a preços competitivos de modo a que exista um rendimento face aos recursos utilizados na sua produção. De acordo com o *Global Competitiveness Report* estudos relativos ao ano 2017–2018, revelam que a competitividade das empresas portuguesas aumentou em 2017, ocupando a 42ª posição face a 137 países participantes.

Esta competitividade coloca um grande desafio às empresas, que são pressionadas por uma constante procura pela flexibilidade e por métodos e ferramentas que confirmem qualidade aos seus produtos de modo a reduzir o desperdício associado à sua produção. (Direção-Geral das Atividades Económicas, n.d.)

Para fazer face às necessidades do mercado, surge no século XX o Controlo Estatístico de Processos, também denominado de *SPC*. As metodologias e técnicas inerentes ao *SPC*, permitem, em tempo real, controlar o processo de modo a que, caso seja necessário, possam ser reajustados os seus parâmetros para que este produza de acordo com as especificações pretendidas e de modo a serem evitados custos de não conformidade.

Neste contexto, surge a SOPONTOS, uma empresa do ramo da manufatura, que se dedica ao fabrico de porta-eléktodos para a soldadura por resistência. Esta empresa tem como missão fornecer soluções que gerem benefícios aos seus clientes, e para tal, procura constantemente melhorar a qualidade e eficiência da sua produção, de modo a ser vista como uma parceira de confiança por parte de várias linhas de montagem de automóveis nacionais e internacionais.

Dada a preocupação da empresa SOPONTOS para com a qualidade dos seus produtos, a presente dissertação visa, através da implementação do SPC, permitir um maior controlo sobre o processo produtivo, averiguar as causas de um eventual excesso de variabilidade a nível dos processos e a implementação das respetivas ações corretivas. Pretende-se não só contribuir para que a empresa melhore a qualidade dos seus produtos, mas também para que reduza os custos de produção associados essencialmente a não conformidades, de modo a que reafirme a sua posição num mercado bastante competitivo.

1.2. Objetivos

A presente dissertação tem por objetivo aplicar as técnicas relativas ao Controlo Estatístico de Processos (SPC) numa empresa responsável pelo fabrico de porta-eléktodos para a soldadura por resistência, de modo a, não só, analisar a capacidade dos processos, como também permitir que em tempo real sejam detetadas eventuais alterações nos mesmos e introduzidas as respetivas ações corretivas. Pretende-se também averiguar quais as técnicas do SPC mais eficazes para o controlo dos vários processos analisados.

Primeiramente, é feita uma pesquisa bibliográfica detalhada sobre as várias ferramentas inerentes ao SPC de modo a compreender como é que poderá ser feita a sua implementação na empresa SOPONTOS onde é desenvolvido o caso de estudo.

São analisados dois tipos de dados relativos a “Pequenas Produções”, com o objetivo de aplicar técnicas de análise distintas. O primeiro tipo de dados corresponde a produtos produzidos em grandes quantidades num curto período de tempo, o segundo tipo de dados é relativo a produtos produzidos em reduzida quantidade, com um elevado tempo entre produções.

Numa primeira fase, é realizado um estudo univariado, onde, com recurso às técnicas mais adequadas, se pretende estimar os parâmetros do processo (caso seja possível) e estudar a sua capacidade em produzir de acordo com as especificações. Numa segunda fase, procede-se à monitorização do processo de modo a que, em tempo real, possam ser detetadas eventuais alterações indesejadas e tomadas eventuais medidas corretivas.

Por último, para que possa ser feita uma análise comparativa relativamente ao estudo univariado, é realizado um estudo multivariado onde são analisadas diversas características da qualidade em simultâneo.

1.3. Metodologia

A realização da presente dissertação assenta em 8 etapas, que serão em seguida devidamente detalhadas, as quais permitirão atingir os objetivos definidos na secção 1.2.

Etapa 1: Estado da Arte

De modo a que possa ser feita uma correta abordagem ao estudo de caso selecionado, é necessário que, previamente, sejam conhecidos alguns dos trabalhos realizados até ao momento sobre o tema SPC. Esta revisão bibliográfica é fulcral para que sejam selecionadas as técnicas que melhor se adequam à situação abordada.

Etapa 2: Recolha dos dados

Após conhecidos os vários estudos levados a cabo sobre o tema, é conhecida a realidade da empresa e iniciada a análise dos dados recolhidos relativos aos produtos sobre os quais serão estudadas diversas características da qualidade. Nesta etapa é definida a frequência de recolha dos dados mais adequada para que não haja um impacto sobre a produção e é também explicitada a técnica(s) mais adequada a cada tipo de produtos estudados.

Etapa 3: Estudo Univariado

Nesta etapa é dado início ao estudo de caso e, para cada produto, é estudada cada característica da qualidade de forma individual, com recurso às cartas de controlo mais adequadas. Neste momento, é averiguado se os dados cumprem os requisitos referidos na revisão bibliográfica para que possa ser estudada a capacidade do processo.

Etapa 4: Estudo Multivariado

De uma forma semelhante à etapa anterior, será implementado o SPC com recurso a técnicas que permitem analisar simultaneamente as várias características relativas a cada produto, recorrendo às cartas de controlo que melhor se adaptam ao processo, analisando novamente a sua capacidade.

Etapa 5: Comparação do Estudo Univariado com o Estudo Multivariado

Para poder responder aos objetivos da dissertação, procede-se a uma análise comparativa entre as duas abordagens de modo a averiguar qual das duas se demonstra mais adequada para o presente caso de estudo, isto é, será verificado qual dos estudos apresenta maior sensibilidade para o controlo estatístico dos processos.

Etapa 6: Verificação da Estabilidade dos processos

Após o estudo realizado, é necessário analisar a estabilidade dos processos bem como a capacidade dos mesmos para produzir de acordo com as especificações técnicas definidas.

Etapa 7: Conclusões e Sugestões de Melhoria

Por último são retiradas conclusões gerais sobre o estudo e com base nessas conclusões são mencionadas sugestões de melhoria de modo a tornar o processo produtivo mais eficiente o que se irá refletir na qualidade da produção realizada.

1.4. Estrutura da Dissertação

A presente dissertação encontra-se subdividida em 5 capítulos, os quais serão em seguida descritos de forma sucinta. No final dos 5 são apresentados os Anexos que contêm informações relevantes para o trabalho realizado.

Capítulo 1- Introdução

Neste capítulo é realizado um enquadramento bem como uma justificação para o tema abordado. São também referidos os objetivos a alcançar com o trabalho a realizar bem como as metodologias usadas e a estrutura da dissertação.

Capítulo 2- Fundamentação Teórica

De modo a que haja um suporte teórico para as metodologias utilizadas, este segundo capítulo é iniciado com a abordagem sobre a evolução do conceito da qualidade ao longo dos anos. Em seguida, é apresentado o SPC numa vertente tradicional, seguindo-se uma abordagem ao conceito de *Short Run* e técnicas utilizadas nesse contexto. Por último, é apresentado o controlo estatístico multivariado numa vertente tradicional e aplicado ao contexto de *Short Run*.

Capítulo 3- Caraterização da Organização

Para que seja dada uma visão abrangente da empresa onde foi realizado o estudo de caso, neste capítulo é feita uma breve descrição do meio de atuação da empresa bem como dos seus processos produtivos e controlo de qualidade realizado.

Capítulo 4- Estudo de Caso

No capítulo 4 é realizada uma aplicação prática das diversas metodologias abordadas no capítulo 2. É neste capítulo que se apresentam os resultados experimentais das metodologias aplicadas para que no capítulo 5 possam ser retiradas as respetivas conclusões.

Capítulo 5- Conclusões e Sugestões de Trabalhos Futuros

Por último, são feitas conclusões globais sobre o estudo realizado no capítulo 4 e são dadas respostas aos objetivos da presente dissertação. Além disso, são ainda sugeridas oportunidades de melhoria para investigações futuras que poderão servir de complemento à presente dissertação e que poderão trazer benefícios significativos para a empresa onde foi realizado o estudo de caso.

2. Fundamentação teórica

No presente capítulo são abordados os conceitos teóricos relativos ao Controlo Estatístico do Processo ou SPC.

Primeiramente, é apresentado o conceito de Qualidade bem como a sua evolução histórica abordada nos trabalhos de diversos autores, que contribuiu para o sucessivo desenvolvimento do SPC. Seguidamente, são apresentadas as várias ferramentas e metodologias que foram fulcrais para a análise do estudo de caso abordado na presente dissertação.

2.1. Evolução do conceito de qualidade

O conceito de qualidade sempre esteve presente ao longo das várias etapas da História, desde os tempos primários onde o homem procurava na natureza os materiais mais adequados à construção das suas ferramentas de sobrevivência até à atualidade, onde se procura que os produtos/serviços satisfaçam os respetivos clientes(Pereira & Requeijo, 2012).

No final do século XVIII, com a Revolução Industrial, surgem as primeiras fábricas, onde a mecanização permitiu produzir não só novos produtos, mas principalmente produzir em grandes quantidades (Mast, 2008). Esta produção em massa torna-se ainda mais acentuada no final do século XIX, onde os produtos são colocados no mercado a preços mais baixos, o que provoca um aumento abrupto da procura, surgindo então a necessidade de aumentar a produtividade e eficiência da produção (Pereira & Requeijo, 2012).

Perante esta necessidade de aumento da produtividade, Frederick Taylor inovou através da separação entre as áreas do planeamento e a da produção, que até então se encontravam indissociáveis. Taylor observava cuidadosamente como é que cada tarefa era feita, e com base nos resultados, planeava e projetava novas formas mais científicas de realizar essas mesmas tarefas. Assim, a produção em massa era focada exclusivamente no volume e na produção e um produto era considerado “com qualidade” caso as suas características estivessem dentro das tolerâncias de produção. Com o aparecimento de produtos e processos cada vez mais complexos, a qualidade passou a ter funções especializadas, como inspetores de qualidade, supervisores e engenheiros (Mast, 2008).

Perante problemas como matérias primas de baixa qualidade, erros humanos ou problemas técnicos, cabia aos operadores detetar o que estava a ocorrer de errado e, conseqüentemente, ajustar o processo. Os operadores faziam medições periódicas de determinadas características e era com base nessas medições que decidiam se deviam intervir no processo ou não. Este método induzia muitos erros, uma vez que flutuações aleatórias eram muitas vezes confundidas com tendências ou mudanças sistemáticas, e correções indevidas e frequentes no processo levavam a que este se tornasse inconsistente (Mast, 2008).

Foi no período entre as duas Grandes Guerras, que A. Shewhart (1881-1967) criou uma poderosa ferramenta, as cartas de controlo, nas quais distinguiu causas comuns e especiais de variação. Shewhart sublinhou a necessidade de um processo se encontrar controlado estatisticamente, isto é, estar unicamente sujeito a causas comuns de variação, uma vez que só assim é possível prever o comportamento desse processo e evitar custos extra relacionados com a não conformidade dos produtos (Pereira & Requeijo, 2012).

Apesar dos esforços de Shewhart no que diz respeito ao controlo dos processos, a inspeção a 100% continuou a ser a técnica mais usada para garantir a qualidade do produto. Como esta técnica levava a custos muito elevados, a inspeção por amostragem tornou-se uma necessidade. Perante esta necessidade, na década de 1930, Harold Dodge desenvolveu uma técnica que recorria a tabelas que relacionavam tamanhos de amostras com riscos do produtor e consumidor (Mast, 2008).

Mais tarde, após a 2ª Guerra Mundial, o Japão viu a sua estrutura económica e social completamente destruída, a inflação estava fora de controlo e a população tinha dificuldade em adquirir bens de primeira necessidade, tornou-se necessário desenvolver técnicas que permitissem fabricar produtos a baixo custo e de elevada qualidade de modo a impulsionar a economia. Assim, através de princípios de qualidade que atravessavam todos os níveis da organização, as empresas Japonesas conseguiram colmatar as dificuldades que se faziam sentir no ramo da indústria e foi aberto o caminho para a afirmação do Japão como potência económica após a Segunda Guerra Mundial (Pereira & Requeijo, 2012).

Foi neste cenário que Juran teve um forte impacto no pensamento japonês sobre sistemas de qualidade, definiu qualidade como a adequação de um produto à utilização para que este foi concebido. Esta definição aproximou o conceito de qualidade à perspetiva do cliente ou utilizador (Gomes, 2004).

Em 1956, com Armand Feigenbaum surgiu o conceito de "controlo da qualidade total", para reforçar a ideia de que a qualidade resulta de um esforço colaborativo de todos os indivíduos de uma organização e não de apenas de um grupo restrito de pessoas de um projeto. (Gomes, 2004)

Também no século XX, com o intuito não só de aumentar a produtividade mas também de promover a fidelização do cliente, foram desenvolvidas um conjunto de ferramentas da Qualidade focadas na satisfação do mesmo, entre as quais se destaca o diagrama de Causa-Efeito, o Benchmarking entre outras (Pereira & Requeijo, 2012). Estas ferramentas deveram a sua criação em grande parte a Kaoru Ishikawa que se dedicou amplamente à resolução de problemas de qualidade. Foi também atribuída a Ishikawa a ideia da criação de círculos de qualidade, isto é, passaram a formar-se grupos de trabalho que se reúnem periodicamente para discutir e resolver problemas de qualidade que afetam as organizações no seu quotidiano (Gomes, 2004).

Como foi referido pelos vários autores apresentados, a qualidade de um dado produto ou serviço tem múltiplas vertentes, embora a sua orientação base seja as necessidades dos clientes. As necessidades dos clientes não têm todas a mesma intensidade pelo que cabe à organização priorizar essas necessidades de modo a definir quais as dimensões da qualidade a que se deve dar maior importância. Relativamente ao processo de gestão da qualidade, e apesar das diferenças entre os seus contributos, todos os autores defendem que a Teoria da Qualidade tem subjacente o envolvimento da gestão de topo, contempla o envolvimento e autonomia dos colaboradores, e corresponde a uma gestão baseada em métricas e factos, através da utilização de ferramentas estatísticas para controlo da variabilidade que procuram sempre dar ênfase no cliente (Gomes, 2004).

2.2. Controlo Estatístico Univariado do Processo- Abordagem Tradicional

Atualmente, a economia mundial enfrenta um período marcado por uma constante inovação tecnológica, que surge a par com uma elevada capacidade produtiva e mão-de-obra altamente especializada (Aicep Portugal Global, 2019).

Perante as necessidades de um mercado fortemente competitivo, onde os clientes exigem consistência a nível da qualidade dos produtos, é necessário garantir a estabilidade dos processos produtivos. É neste contexto que surge a necessidade de recorrer ao Controlo Estatístico de Processos (SPC, *Statistical Process Control*) (Pereira & Requeijo, 2012).

O SPC corresponde a um conjunto de ferramentas que assentam na análise e monitorização do processo produtivo, de modo a permitir a resolução dos problemas relacionados com a qualidade desse mesmo processo. Com recurso a Cartas de Controlo, o SPC permite não só alcançar a estabilidade do processo, mas também melhorar a sua capacidade através da redução da variabilidade (Montgomery, 2009).

A Cartas de Controlo, também designadas na sua vertente tradicional por Cartas de Shewhart (devido aos trabalhos desenvolvidos por Walter Shewhart), procuram detetar a ocorrência de causas responsáveis por mudanças no processo para que se possa atuar de modo a desencadear ações corretivas. Esta ferramenta permite não só estimar os parâmetros de um processo, mas também determinar se este é capaz de produzir de acordo com as especificações técnicas (Montgomery, 2009).

2.2.1. Princípios Subjacentes às Cartas de Shewhart

Uma carta de controlo, representada na Figura 2.1, corresponde a uma representação gráfica ao longo do tempo de uma estatística (ω) de uma dada característica da qualidade. Nesta representação gráfica existem limites superior (*LSC*) e inferior (*LIC*) de controlo estatístico e uma linha central (*LC*).

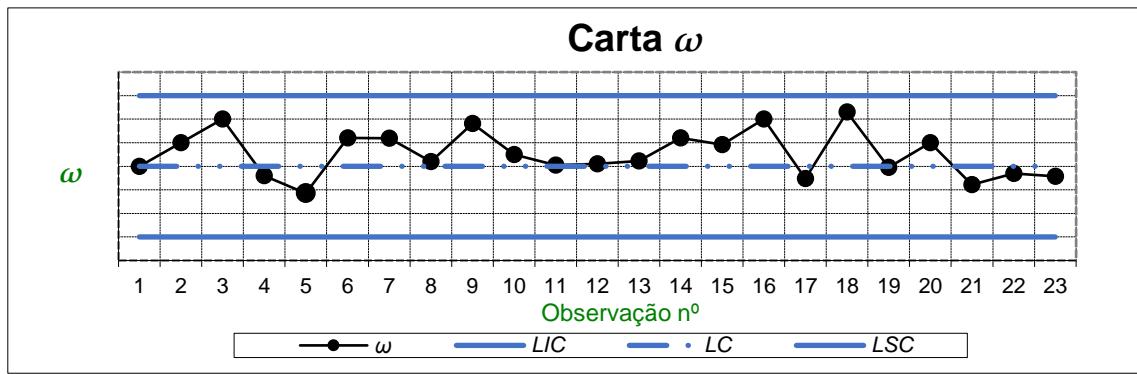


Figura 2.1- Representação gráfica de uma carta de controle tradicional

Considera-se que um processo está sob controlo estatístico se os valores de ω se encontrarem contidos na região entre os limites superior e inferior de controlo e caso não exista nenhum comportamento aleatório não sistemático.

Sempre que um processo não se encontre sob controlo estatístico é necessário investigar e implementar ações corretivas no processo, de modo a que sejam eliminadas as causas que provocam essa alteração no processo.

Na aplicação das cartas de controlo de Shewhart é assumido que os valores da estatística ω seguem uma distribuição aproximadamente Normal, de média μ_ω e desvio padrão σ_ω , e os limites de ação e linha central correspondem a:

$$\begin{aligned} LSC_\omega &= \mu_\omega + L\sigma_\omega \\ LC_\omega &= \mu_\omega \\ LIC_\omega &= \mu_\omega - L\sigma_\omega \end{aligned} \quad 2.1$$

Shewhart define que existe um risco α de 0,27% de um ponto da distribuição ω estar fora dos limites de controlo, assim sendo, $Z_{\frac{\alpha}{2}}$, com $\alpha = 0,27\%$, toma o valor de 3 e os limites de controlo estão localizados a $\pm 3\sigma_\omega$ da linha central. Esta probabilidade de $\alpha = 0,27\%$ é designada risco do do tipo I ou risco do produtor.

Para avaliar o desempenho de uma carta de controlo, foi criada uma medida designada por *ARL* (*Average Run Length*), que corresponde ao número médio de pontos de uma carta antes da ocorrência de uma situação fora de controlo.

Quando um processo está sob controlo estatístico, pretende-se que o valor de *ARL* *Em Controlo* (calculado segundo a equação 2.2) seja o maior possível de modo a minimizar os falsos alarmes, contudo, quando se está perante um processo fora de controlo estatístico, é desejável que o valor

de $ARL_{\text{Fora de Controlo}}$ (calculado segundo a equação 2.3) seja o menor possível para que se detete mais rápido possível uma alteração do parâmetro do processo.

$$ARL_{\text{Em controlo}} = ARL_{EC} = \frac{1}{\alpha} \quad 2.2$$

$$ARL_{\text{Fora de Controlo}} = ARL_{FC} = \frac{1}{1 - \beta} \quad 2.3$$

O valor de ARL_{FC} é calculado com base numa probabilidade β , que representa a probabilidade de ser cometido o erro do tipo II, isto é, de se assumir que o processo está sob controlo estatístico quando na realidade tal não ocorre.

Pereira & Requeijo, (2012) refere que, nas cartas de Shewhart, para $\alpha = 0,27\%$, ARL_{EC} tem o valor de 370, isto é, de 370 em 370 pontos irá ocorrer um falso alarme, ou seja, ocorrerá uma indicação errada de que o valor de ω não pertence à distribuição considerada.

Não é possível, em simultâneo, reduzir α e β . Se os limites se afastam da linha central, α diminui mas β aumenta, e caso os limites se aproximem, β diminui mas α aumenta. É comum recorrer a $\alpha = 0,27\%$, tal como Shewhart define, por questões económicas. Este valor de α , por ser pequeno, permite que se evitem paragens desnecessárias, sendo por isso economicamente mais atrativo.

2.2.2. Detecção de Causas Especiais

Numa carta de controlo é necessário avaliar o padrão de pontos da estatística nele representada. Como já foi referido, a carta pode indicar uma situação fora de controlo, quando um ou mais pontos ultrapassam os limites de controlo ou quando os pontos exibem um padrão não aleatório.

Em Western Electric Company (1956) é sugerido um conjunto de oito regras que permitem a deteção de padrões não aleatórios. Para aplicação dessas regras, foram criados os limites $1\sigma_\omega$, $2\sigma_\omega$ e $3\sigma_\omega$, que delimitam três zonas (A, B e C) de cada um dos lados da linha central.

Ao longo dos anos, foram publicadas várias regras, bastantes semelhantes a nível de conteúdo, que foram incluídas na norma ISO 7870-2:2013, este conjunto de oito regras contempla:

- **Regra 1:** Um qualquer ponto fora dos limites de controlo.
- **Regra 2:** Nove pontos consecutivos na zona C, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 3:** Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente.
- **Regra 4:** Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente.
- **Regra 5:** Dois de três pontos consecutivos na zona A, ou além desta zona, do mesmo lado da linha central.

- **Regra 6:** Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, ou além destas zonas, do mesmo lado da linha central.
- **Regra 7:** Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central.
- **Regra 8:** Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C.

O conjunto das oito regras está ilustrado na Figura 2.2 para uma melhor compreensão das mesmas.

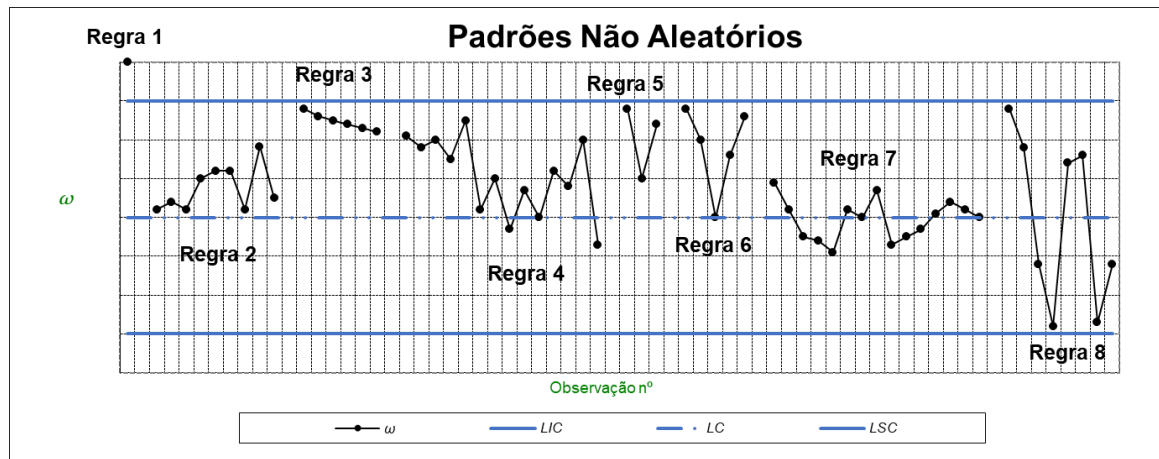


Figura 2.2- Regras para detecção de causas especiais

As regras acima mencionadas são úteis numa fase inicial, quando o processo ainda não está estabilizado, uma vez que estas regras conferem uma maior sensibilidade às cartas de Shewhart para a detecção de causas especiais de variação. Contudo, o uso contínuo destas regras pode aumentar o número de falsos alarmes, pelo que esta prática deve ser evitada ou devidamente considerada (Pereira & Requeijo, 2012).

2.2.3. Condições de Aplicabilidade

Para a obtenção de resultados fiáveis pela utilização de cartas de controlo, é necessário que os valores relativos à característica da qualidade a controlar respeitem três princípios: Aleatoriedade, Normalidade e Independência, isto é, estas cartas assumem que os dados são independentes entre si e distribuídos identicamente segundo uma distribuição Normal.

- Aleatoriedade

A aleatoriedade dos dados pode ser comprometida ao serem misturados dados relativos a populações diferentes, pela correlação entre observações consecutivas ou desfasadas no tempo, entre outras. Para verificar a aleatoriedade dos dados, pode recorrer-se ao *Teste das Sequências*, o *Teste das Sequências Ascendentes e Descendentes* e o *Teste do Quadrado Médio das Diferenças Sucessivas* (Pereira & Requeijo, 2012).

- Normalidade

A Normalidade dos dados implica que os valores relativos à característica da qualidade a controlar se distribuam segundo uma distribuição Normal de média μ e variância σ^2 . Um dos métodos para averiguar se a distribuição é Normal é por meio de um Histograma, contudo, este método é meramente visual e tem uma grande subjetividade decorrente do número de classes utilizadas. Sugere-se a utilização de testes estatísticos mais objetivos como o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) e o teste do Qui-Quadrado (Pereira & Requeijo, 2012), entre outros.

No caso de estudo abordado recorreu-se ao *software Statistica* para agilizar o estudo da Normalidade por meio de um teste KS.

Caso se verifique que os dados amostrais não seguem uma distribuição Normal, Pereira & Requeijo, (2012) sugerem uma transformação dos dados através da transformação de Box e Cox ou através do recurso às distribuições de Johnson para que se obtenha uma variável Normalmente distribuída .

Na secção 2.2.4 será abordada em pormenor a transformação Box e Cox e será também apresentado o Sistema de Distribuições de Johnson.

- Independência

Pode afirmar-se que existe independência dos dados se o valor que a variável X assume no instante t não depende do seu valor no instante anterior ($t-1$) nem em qualquer instante desfasado de k instantes ($t-k$). Caso tal não ocorra, trata-se de dados Autocorrelacionados. Para verificar este pressuposto deve proceder-se à aplicação da Função de Autocorrelação (FAC) e da Função de Autocorrelação Parcial (FACP) (Pereira & Requeijo, 2012).

2.2.4. Transformação de Dados Não Normais

Sendo a Normalidade dos dados recolhidos um pressuposto para a aplicação do *SPC*, quando tal não ocorre é necessário proceder a uma transformação dos dados recolhidos. Nesta secção serão abordados dois métodos que poderão ser usados para proceder a esta transformação.

2.2.4.1. Transformação de Box e Cox

Box e Cox (1964) desenvolveram um método preciso para determinar o parâmetro que assegura a Normalidade dos dados e a homogeneidade da variância. (Pereira & Requeijo, 2012)

Considerando os N dados recolhidos, estes são transformados segundo a equação 2.4 ou 2.5.

$$Y_T = \frac{Y^\lambda - 1}{\lambda Y^{\lambda-1}}, \text{ para } \lambda \neq 0 \quad 2.4$$

$$Y_T = \dot{Y} \ln Y, \text{ para } \lambda = 0 \quad 2.5$$

Onde,

$$\dot{Y} = \exp \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln Y_i \right\} \quad 2.6$$

Nas equações apresentadas, λ refere-se ao parâmetro de transformação e \dot{Y} à média geométrica dos N valores da resposta.

Neste método, são escolhidos vários valores de λ , e para cada um deles é feita a transformação de acordo com a equação 2.4 ou 2.5. A melhor estimativa de λ corresponde ao valor para o qual a Variação Residual (SS_{Erro}) é mínimo.

O valor do SS_{Erro} pode ser determinados a partir do gráfico da Figura 2.3. Para que seja calculado o intervalo de confiança para o parâmetro λ , determina-se o valor crítico da variação ($SS_{\text{Crítico}}$), definido pela equação 2.7.

$$SS_{\text{crítico}} = SS_{\text{ErroMínimo}} \left[1 + \frac{t_{\alpha/2}^2 v}{v} \right] \quad 2.7$$

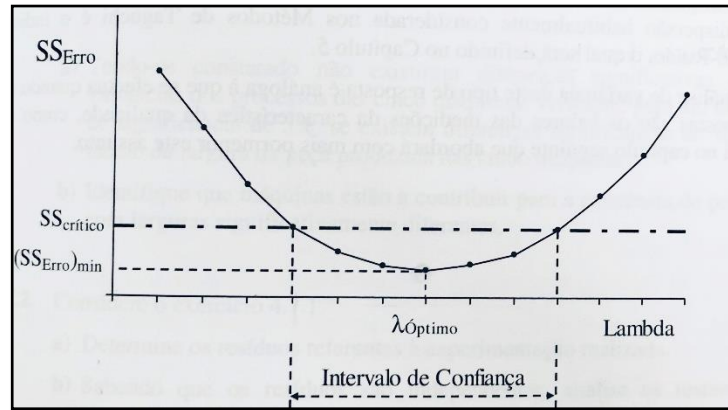


Figura 2.3- Intervalo de confiança do parâmetro de transformação (Retirado de Pereira & Requeijo, 2012)

2.2.4.2. Sistema de Distribuições de Johnson (SDJ)

O SDJ consiste em três famílias de transformações que permitem transformar uma variável aleatória X , numa variável Z que se comporta segundo uma distribuição Normal Reduzida (Pereira & Requeijo, 2012).

A partir da equação 2.8, são geradas três famílias de distribuições, S_B , S_L , e S_U , em que os índices B , L e U , significam, em relação à variável X , limitada, limitada à esquerda e não limitada.

$$Z = \gamma + \eta k_i(X; \lambda, \varepsilon) \quad 2.8$$

Onde,

X – variável aleatória original;

Z – variável Normal Reduzida;

$\gamma, \eta, \lambda, \varepsilon$ – parâmetros SDJ;

$k_i(X; \lambda, \varepsilon)$ – função que abrange uma vasta gama de distribuições;

Para cada uma das famílias, as funções $k_i(X; \lambda, \varepsilon)$ são dadas segundo as equações 2.9, 2.10 e 2.11.

$$S_U: k_1(X; \lambda, \varepsilon) = \sinh^{-1} \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda} \right) \quad 2.9$$

$$S_B: k_2(X; \lambda, \varepsilon) = \ln \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X} \right) \quad 2.10$$

$$S_L: k_3(X; \lambda, \varepsilon) = \ln \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda} \right) \quad 2.11$$

As condições para aplicação de cada uma das distribuições estão resumidas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1- Sistema de Distribuições de Johnson (SDJ)

Distribuição de Johnson	Transformação	Condições dos parâmetros	Domínio da variável X
S_U	$Z = \gamma + \eta \sinh^{-1} \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda} \right)$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < \infty$ $-\infty < \varepsilon < \infty$	$-\infty < X < \infty$
S_B	$Z = \gamma + \eta \ln \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda + \varepsilon - X} \right)$	$\eta, \lambda > 0$ $-\infty < \gamma < \infty$ $-\infty < \varepsilon < \infty$	$\varepsilon < X < \varepsilon + \lambda$
S_L	$Z = \gamma + \eta \ln \left(\frac{X - \varepsilon}{\lambda} \right)$	$\eta > 0$ $-\infty < \gamma < \infty$ $-\infty < \varepsilon < \infty$	$X > \varepsilon$

Para estimar os parâmetros γ, η, λ e ε existem três métodos distintos, o método dos momentos, o dos percentis e o da máxima verosimilhança. Aconselha-se a leitura dos trabalhos de

Pereira & Requeijo (2012) para um estudo mais aprofundado sobre o tema, dado que na presente dissertação se irá recorrer ao *software Statistica* para proceder à transformação dos dados.

2.2.5. Recolha de Dados

Um dos pontos fulcrais para a implementação do *SPC* é o modo como são recolhidos os dados já que este condiciona todas as conclusões retiradas a cerca de um processo e pode levar a que sejam extrapoladas conclusões erradas sobre o mesmo. É importante, logo no início do estudo, definir qual a dimensão das amostras e de quanto em quanto tempo é retirada uma amostra (frequência de amostragem (Pereira & Requeijo, 2012).

Para uma correta recolha de amostras, Shewhart introduziu o *princípio dos subgrupos ou amostras racionais*, isto é, as amostras devem ser recolhidas de modo a que seja maximizada a probabilidade de se detetarem diferenças entre subgrupos, mas de modo a que num subgrupo, essa probabilidade seja minimizada (Montgomery, 2009).

Deste modo, procura-se que a constituição das amostras seja a mais homogénea possível (as amostras recolhidas num subgrupo devem ser produzidas de forma semelhante) e que as amostras sejam recolhidas em intervalos de tempo regulares. Com esta prática, pretende-se que a variação entre amostras se deva a causas especiais e que a variação dentro das amostras se deva a causas aleatórias, esta prática permite ainda uma melhor estimativa do desvio padrão em variáveis contínuas (Pereira & Requeijo, 2012).

Quando se pretende tomar decisões acerca da aceitação de todas as amostras recolhidas desde a última amostra, é ainda importante garantir que cada subgrupo racional contenha unidades de produto representativas de todas as unidades que foram produzidas desde a última amostra (Montgomery, 2009).

Quanto à dimensão de cada amostra (n), de uma forma geral, amostras de maiores dimensões tornam mais fácil a deteção de pequenas alterações no processo, enquanto que se o objetivo é detetar alterações maiores no processo, deve recorrer-se a amostras de menor dimensão (Montgomery, 2009).

A situação mais desejável para detetar alterações no processo que podem decorrer de mudanças de turno, seria recolher amostras de grande dimensão com uma grande frequência, mas essa situação não é economicamente viável já que tal levaria a incorrer num grande esforço com a amostragem. Por questões económicas, para variáveis contínuas, recorre-se a amostras de reduzida dimensão (Montgomery, 2009; Pereira & Requeijo, 2012).

Por vezes, por limitações do processo produtivo, não é viável recolher amostras. Para colmatar esta situação, recorre-se a uma análise baseada em observações individuais. Como neste caso é impossível calcular a dispersão, recorre-se a uma medida que se chama Amplitude

Móvel. Esta medida de dispersão é habitualmente calculada através da diferença entre o valor da observação atual e a observação imediatamente anterior.

Na primeira fase de aplicação das cartas de controlo (denominada de Fase 1), é prática comum, para cartas de controlo de variáveis, recolher entre 25 a 30 amostras de dimensão 4 ou 5, para que no total haja no mínimo 100 valores individuais (Pereira & Requeijo, 2012).

Contudo, Quesenberry (1997), afirma que o critério acima mencionado não é suficiente e estabelece uma relação entre a dimensão e o número de amostras (equação 2.12). O autor demonstra ainda que, caso se trate de observações individuais, para a Fase 1 devem ser recolhidos, no mínimo, 300 dados.

$$m \geq \frac{400}{(n - 1)} \quad 2.12$$

2.2.6. Fases de Implementação

O processo de construção de uma carta de controlo é iterativo, sendo este processo constituído por duas fases distintas: a Fase 1 e a Fase 2. Na Fase 1, onde os parâmetros do processo são desconhecidos, é reunido um conjunto de dados do processo sobre os quais se faz uma análise retrospectiva; Na Fase 2, onde já são conhecidos os parâmetros do processo anteriormente estimados, é feita uma monitorização do processo (Pereira & Requeijo, 2012).

Na Fase 1, é necessário, para além das etapas abaixo referidas, verificar os pressupostos subjacentes às cartas de Shewhart (Normalidade, Aleatoriedade e Independência dos dados).

Segundo Pereira & Requeijo, para a Fase 1 é necessário seguir as seguintes etapas:

1. Selecionar a característica da qualidade a controlar;
2. Desenvolver um plano de controlo em que conste a dimensão da amostra, a frequência de amostragem, o equipamento de medição e o método de medição;
3. Selecionar o tipo de carta em função da estatística amostral a monitorar;
4. Recolher m amostras de dimensão n durante um determinado período de tempo, de forma a que N (sendo $N=m \times n$) corresponda no mínimo a 100 unidades;
5. Calcular a estatística a controlar para cada uma das m amostras;
6. Determinar os limites de controlo e a linha central, tendo em conta as estatísticas calculadas a partir das m amostras;
7. Verificar a existência de causas especiais de variação;
8. Eliminar os pontos correspondentes às causas especiais de variação;
9. Determinar os limites revistos e a linha central;

10. Construir a carta de controlo revista;
11. Verificar se o processo apresenta unicamente causas comuns de variação.

A Fase 1 procura colocar o processo sob controlo estatístico para que possam ser estimados os seus parâmetros (média e a variância do processo). Com base nestas estimativas é determinada a *Capacidade do Processo*, isto é, é possível não só saber se a variância se ajusta a especificação, mas também se o processo é capaz de produzir consistentemente dentro dos limites de especificação e se este está centrado.

Relativamente à Fase 2, Pereira & Requeijo define também um conjunto de etapas a serem seguidas:

1. Representar no gráfico os limites de controlo definidos na Fase 1.
2. Recolher a amostra i , determinar a estatística ω_i e representar o valor no gráfico.
3. Verificar se esse valor corresponde a uma causa especial de variação.
4. Caso se detete uma situação de fora de controlo, identificar a causa e implementar ações corretivas.
5. Recolher a amostra $i+1$, calcular ω_{i+1} , representado no gráfico o valor.
6. Repetir sequencialmente de acordo com os pontos 3, 4 e 5.

2.2.7. Tipos de Cartas de Controlo

Na abordagem tradicional do SPC as cartas de controlo foram divididas em dois tipos, cartas de controlo de variáveis e cartas de controlo de atributos.

As cartas de controlo de variáveis destinam-se ao controlo de características mensuráveis que sejam expressas através de uma gama contínua de valores. Para estas características devem ser construídas duas cartas, uma para controlar o parâmetro de localização e outra para controlar o parâmetro de dispersão.

No caso das características a controlar não poderem ser expressas numa gama contínua de valores, isto é, caso se trate de variáveis discretas, é necessário recorrer a cartas de atributos. Neste caso, como o desvio padrão depende apenas da média e da dimensão da amostra é apenas construída uma carta.

As tabelas 2.2 e 2.3 resumem os tipos de cartas tradicionais mais usadas para controlar variáveis e atributos, sendo que neste capítulo vão apenas ser abordadas detalhadamente as cartas de controlo de variáveis visto serem estas as abordadas no estudo de caso.

Tabela 2.2- Tipos de cartas de controlo de variáveis

Cartas de controlo de Variáveis	
Tipos de cartas de controlo	Contexto de Aplicação
Carta \bar{X} e Carta R	Média e Amplitude
Carta \bar{X} e Carta S	Média e Desvio Padrão
Carta \tilde{X} e Carta R	Mediana e Amplitude
Carta X e Carta MR	Observações Individuais e Amplitudes Móveis

Tabela 2.3- Tipos de cartas de controlo de atributos

Cartas de controlo de Atributos	
Tipos de cartas de controlo	Contexto de Aplicação
Carta p	Proporção de unidades não conformes
Carta np	Número de unidades não conformes
Carta c	Número de defeitos
Carta u	Número de defeitos por unidade

2.2.8. Cartas de Controlo de Variáveis

Como referido anteriormente, para controlar características que se expressam através de uma gama contínua de valores, devem usar-se cartas de controlo de variáveis.

Antes de aplicar a metodologia associada às cartas de controlo, é necessário verificar os pressupostos relativos à aleatoriedade, Normalidade e independência dos dados. Caso estes não se verifiquem, é necessário recorrer a métodos específicos como os abordados na secção 2.2.4. para quando os dados não se distribuem segundo uma distribuição Normal.

➤ Fase 1- Análise Retrospectiva

Nesta fase, são recolhidos um conjunto de dados relativos a uma característica (são recolhidas m amostras de dimensão n) sobre os quais se realiza um controlo retrospectivo do processo. Nesta fase, após garantido que o processo se encontra sob controlo estatístico, são estimados os parâmetros do processo, definidos os limites de controlo que vão ser usados na Fase 2 e é ainda analisada a capacidade do processo.

De seguida são apresentados os procedimentos a seguir na construção dos vários tipos de Cartas de Controlo.

Cartas de Controlo da Média e Amplitude (\bar{X} e R)

Para cada amostra, é calculado a sua média \bar{X}_i e amplitude R_i segundo as equações seguintes equações:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad 2.13$$

$$R_i = X_{\max} - X_{\min} \quad 2.14$$

Como nesta fase os parâmetros do processo são desconhecidos, para calcular os limites de controlo e o limite central, relativos às cartas da média e amplitude, recorre-se às equações 2.15 e 2.16, respetivamente.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad 2.15$$

$$\begin{aligned} LSC_R &= D_4 \bar{R} \\ LC_R &= \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \\ LIC_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \quad 2.16$$

Os valores das constantes A_2 , D_3 e D_4 , dependem da dimensão da amostra e foram obtidos com recurso à tabela do Anexo A.

Cartas de Controlo da Média e Desvio Padrão (\bar{X} e S)

O cálculo dos limites da carta da Média e Desvio Padrão dependem do cálculo do desvio padrão de cada amostra i , pelo que é necessário que este seja calculado de acordo com a seguinte equação:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad 2.17$$

O cálculo dos limites de controlo e limite central relativos à carta da Média e Desvio Padrão é feito com recurso às equações 2.18 e 2.19, respetivamente.

$$\begin{aligned}
LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \\
LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\
LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S}
\end{aligned}
\tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
LSC_{\bar{S}} &= B_4 \bar{S} \\
LC_{\bar{S}} &= \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \\
LIC_{\bar{S}} &= \bar{S} - B_3 \bar{S}
\end{aligned}
\tag{2.19}$$

As constantes A_3 , B_3 e B_4 são novamente retiradas da tabela do Anexo A

Cartas de Controlo da Mediana e Amplitude (\bar{X} e R)

Na carta \bar{X} são representados os valores das observações individuais de cada amostra e o respetivo valor da mediana. Para facilitar o cálculo da Mediana, em geral recorre-se a amostras de dimensão ímpar e considera-se a mesma dimensão para todas as amostras.

Para a carta da Mediana, os limites são calculados de acordo com a equação 2.20, para a carta da Amplitude os limites são calculados pela equação 2.16 anteriormente explicitada.

$$\begin{aligned}
LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + \tilde{A}_2 \bar{R} \\
LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \tilde{X}_i}{m} \\
LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - \tilde{A}_2 \bar{R}
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Os valores das constantes \tilde{A}_2 da carta da mediana para $n=3, 5, 7$ e 9 são os seguintes:

Tabela 2.4- Valores das constantes \tilde{A}_2 para $n=3, 5, 7$ e 9

n	3	5	7	9
\tilde{A}_2	1,187	0,691	0,508	0,412

Carta de Observações Individuais e Amplitudes Móveis (X e MR)

Estas cartas são bastantes úteis para quando, por questões económicas ou por limitações do processo, as amostras são constituídas apenas por observações individuais ($n=1$).

Para controlar a dispersão recorre-se a amostras fictícias, constituídas por observações consecutivas as quais permitem calcular um Amplitude Móvel de acordo com a seguinte equação:

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad 2.21$$

Os limites de controlo e limite central das cartas X e MR são calculados, respetivamente, pelas equações 2.22 e 2.23.

$$\begin{aligned} LSC_X &= \bar{X} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ LC_X &= \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \\ LIC_X &= \bar{X} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \end{aligned} \quad 2.22$$

$$\begin{aligned} LSC_{MR} &= D_4 \overline{MR} \\ LC_X &= \overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{m-1} MR_i}{m-1} \\ LIC_X &= D_3 \overline{MR} \end{aligned} \quad 2.23$$

Os valores de d_2 , D_3 e D_4 são retirados da tabela do anexo A, com $n=2$ tendo em conta que para calcular o MR usam-se duas observações consecutivas

➤ Fase 1- Estimação dos Parâmetros

Após construídas as cartas de controlo e terem sido eliminadas as causas especiais de variação, é possível estimar a média (μ) e o desvio padrão (σ) do processo.

A Tabela 2.5 resume os estimadores para o parâmetro de localização e dispersão de acordo com o tipo de carta utilizada.

Tabela 2.5- Estimadores dos parâmetros para Cartas de Controlo de Variáveis

Cartas de Controlo de Variáveis				
Parâmetro	\bar{X} e R	\bar{X} e S	$\bar{\tilde{X}}$ e R	X e MR
μ	\bar{X}	\bar{X}	$\bar{\tilde{X}}$	\bar{X}
σ	$\frac{\bar{R}}{d_2}$	$\frac{\bar{S}}{c_4}$	$\frac{\bar{R}}{d_2}$	$\frac{\overline{MR}}{d_2}$

➤ Fase 2- Parâmetros do Processo Conhecidos

Após na *Fase 1* o processo estar sob controlo estatístico e terem sido estimados os valores dos seus parâmetros, é possível agora avançar para a *Fase 2* onde é feita a monitorização do processo.

Na *Fase 2*, os valores da linha central e limites de controlo estão relacionados com a dimensão da amostra. Caso a dimensão da amostra na *Fase 2* seja a mesma da *Fase 1*, os limites mantêm-se de uma fase para a outra. No entanto, caso a dimensão da amostra se altere, é necessário a construção de novas cartas de controlo com base nos parâmetros estimados na fase anterior, de acordo com as equações da Tabela 2.6.

Tabela 2.6- Limites para Cartas de Controlo de Variáveis cujos parâmetros do processo são conhecidos

	Carta \bar{X}	Carta \tilde{X}	Carta X	Carta S	Carta R	Carta MR
LSC	$\mu + A\sigma$	$\mu + A\sigma$	$\mu + 3\sigma$	$B_6\sigma$	$D_2\sigma$	$D_2\sigma$
LC	μ	μ	μ	$c_4\sigma$	$d_2\sigma$	$d_2\sigma$
LIC	$\mu - A\sigma$	$\mu - A\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$B_5\sigma$	$D_1\sigma$	$D_1\sigma$

Os valores de A , B_6 , D_2 , d_2 , c_4 , D_1 e B_5 são retirados da tabela do anexo A

2.2.9. Capacidade Univariada do Processo

Após construídas as cartas de controlo e após o processo estar sob controlo estatístico, é necessário averiguar se existe capacidade para este produzir de acordo com as especificações técnicas do produto.

A falta de capacidade do processo reflete a variação devida a causas comuns, que pode originar uma deslocação da média ou a um aumento do desvio padrão do processo.

Montgomery (2009), refere que a análise da capacidade de um processo pode ser feita através de histogramas, cartas de controlo ou desenho de experiências. Neste caso, ir-se-á fazer esta análise de um modo quantitativo através de cartas de controlo.

2.2.9.1. Dados Normalmente Distribuídos

O estudo da capacidade do processo, com a utilização de índices, teve a sua origem em 1974 com Juran (1999) e desde aí, tem sido alvo de estudo ao longo dos anos, tendo sido desenvolvidos os chamados Índices de Capacidade do Processo.

Perante dados normalmente distribuídos e processos sob controlo estatístico, é possível calcular quatro tipos de índices: C_p , C_{pk} , C_{pm} e C_{pkm} .

Quando os dados do processo são normalmente distribuídos, assume-se que a variação aceitável para o processo é de 6σ , sendo σ o desvio padrão do processo, deste modo, 99,73% dos dados encontram-se compreendidos no intervalo $\mu \pm 3\sigma$, sendo μ a média do processo.

É com base nesta consideração que Juran (1999) introduz o índice C_p , designado por Índice de Capacidade Potencial, que é calculado segundo a equação 2.24 e que relaciona a amplitude da especificação com a amplitude natural do processo. O índice C_p só se aplica a processos com especificações bilaterais, isto é, processos que tenham um limite superior de especificação LSE e um limite inferior de especificação LIE .

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad 2.24$$

Considera-se o valor 1,33 como o valor aceitável para o C_p ; quando um processo tem um Índice de Capacidade Potencial superior a 1,33 podemos dizer que este tem uma variância que se ajusta à especificação técnica.

No entanto, um processo com um $C_p = 1,33$ pode estar a produzir produto não conforme, isto porque este índice não tem em conta se a média do processo está ou não centrada. Por esta razão, surgiram outros índices de capacidade: o C_{pk} e o C_{pm} .

O índice C_{pk} , introduzido por Kane (1986) e calculado segundo a equação 2.25, para além de considerar a dispersão do processo tem em conta a média do mesmo.

$$C_{pk} = \min((C_{pk})_S, (C_{pk})_I) \quad 2.25$$

Com

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad 2.26$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad 2.27$$

O processo é considerado capaz se C_{pk} for maior ou igual a 1,33 (o seu valor deve ser o mais elevado possível) e é considerado centrado se $(C_{pk})_S = (C_{pk})_I$ isto é, a média coincide com o valor nominal da especificação.

Este índice pode também ser calculado quando se trata de caraterísticas com especificações unilaterais. Caso a caraterística seja do tipo “quanto maior melhor”, ou seja, caso exista apenas um limite inferior de especificação, o C_{pk} é calculado pela equação 2.27, caso se trate de uma caraterística “quando menor melhor” e exista apenas um limite superior de

especificação, o C_{pk} calcula-se pela equação 2.26. Para estes casos, um processo é considerado capaz caso o C_{pk} seja maior ou igual a 1,25.

Um outro índice, o índice C_{pm} , desenvolvido por Hsiang, T. C., & Taguchi (1985) e calculado de acordo com a equação 2.28, assemelha-se ao índice C_p , contudo, introduz no seu cálculo o desvio entre a média e o valor nominal, T , da característica. Este índice apenas pode ser calculado quando a especificação é bilateral.

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad 2.28$$

Pela fórmula de cálculo deste índice, verifica-se que quanto maior o desvio da média em relação ao seu valor nominal, maior o denominador e como tal menor o valor do índice, sendo então desejável que este índice tome maior valor possível de modo a reduzir a variabilidade do processo.

Por último, existe ainda o índice C_{pmk} , introduzido por Pearn, et al (1992). Este índice, calcula-se segundo a equação 2.29, e é semelhante ao C_{pk} , mas mais uma vez é considerado o desvio entre a média e o valor nominal, T , da característica.

$$C_{pmk} = \min \left\{ \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right\} \quad 2.29$$

2.2.9.2. Dados Não Normais

Para dados cujos valores individuais não se encontrem distribuídos segundo uma distribuição Normal, Pereira & Requeijo (2012) sugere o cálculo dos índices C_p , C_{pk} , C_{pm} e C_{pmk} segundo as equações 2.30, 2.31, 2.32 e 2.33, nas quais se considera que a probabilidade do valor da variável X se encontrar no intervalo $\mu \pm 2,575\sigma$ é de 99%.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{5,15\sigma} \quad 2.30$$

$$C_{pk} = \min \left(\frac{LSE - \mu}{2,575\sigma}, \frac{\mu - LIE}{2,575\sigma} \right) \quad 2.31$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{5,15\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad 2.32$$

$$C_{pmk} = \min \left\{ \frac{\mu - LIE}{2,575\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}, \frac{LSE - \mu}{2,575\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \right\} \quad 2.33$$

Diversos autores propuseram outras expressões, nomeadamente Clements (1989), que propôs um método para calcular os índices C_p e C_{pk} . Pearn e Kotz (1994) aplicaram o método de

Clements para obter estimadores para os índices C_{pm} e C_{pmk} . Estes índices têm em conta a mediana (M), uma vez que esta é uma medida de tendência central mais robusta para distribuições assimétricas. Estes índices são calculados segundo as equações 2.34, 2.35, 2.36 e 2.37.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{U_p - L_p} \quad 2.34$$

$$C_{pk} = \min \left(\frac{LSE - M}{U_p - M}, \frac{M - LIE}{M - L_p} \right) \quad 2.35$$

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6 \sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{6} \right]^2 + (M - T)^2}} \quad 2.36$$

$$C_{pmk} = \min \left\{ \frac{M - LIE}{3 \sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{3} \right]^2 + (M - T)^2}}, \frac{LSE - M}{3 \sqrt{\left[\frac{U_p - L_p}{3} \right]^2 + (M - T)^2}} \right\} \quad 2.37$$

Nas equações anteriores, U_p e L_p designam, respetivamente os percentis à direita, de 99,865% e de 0,135% da distribuição de X .

2.3. Controlo Estatístico Univariado do Processo- Pequenas Produções

No contexto atual, as organizações procuram cada vez mais adotar a lógica *do just in time* (*JIT*), isto é, produzir o que o cliente pretende, no momento certo, reduzindo o armazenamento de matérias-primas, componentes, produtos em via de fabrico e produtos finais, de modo a evitar desperdícios e esforços financeiros desnecessários.

Esta ótica *JIT* revolucionou o modo como é planeada a produção, dado que para responder às novas exigências as organizações, passaram a produzir um menor número de unidades de cada vez, é neste contexto que surge o termo denominado de Pequena Produção ou *Short Run*. Segundo Pereira & Requeijo (2012) o conceito *Short Run* contempla três situações:

- O número de unidades produzidas de cada vez é reduzido (menos de 20), com um elevado tempo entre produções sucessivas;
- O número de unidades produzidas é grande (mais de cem), embora a sua produção ocorra rapidamente em termos temporais;
- Produção por lotes ao longo do tempo, em número limitado.

À semelhança do que ocorre com as cartas de Shewhart, as cartas de controlo para pequenas produções também contemplam o controlo de variáveis contínuas e de atributos, embora neste capítulo seja apenas feita uma abordagem a dois tipos de cartas de variáveis: cartas Q e Cartas Z e W . Para um estudo mais pormenorizado sobre o tema aconselha-se a leitura das obras de Montgomery & Runger (2013), Quesenberry (1997), Wheeler (1992) e Pereira & Requeijo (2012).

No que respeita à escolha das cartas de controlo aplicadas a uma situação de Short Run, existem duas situações distintas. A primeira, quando os dados recolhidos são suficientes para estimar os parâmetros do processo, podendo recorrendo-se a cartas Z e W . Caso contrário, quando não é possível estimar convenientemente os parâmetros do processo, é necessário utilizar cartas Q . De modo a uma melhor perceção do procedimento de escolha da carta de controlo mais adequada, apresenta-se na Figura 2.4 o diagrama com a metodologia a seguir.

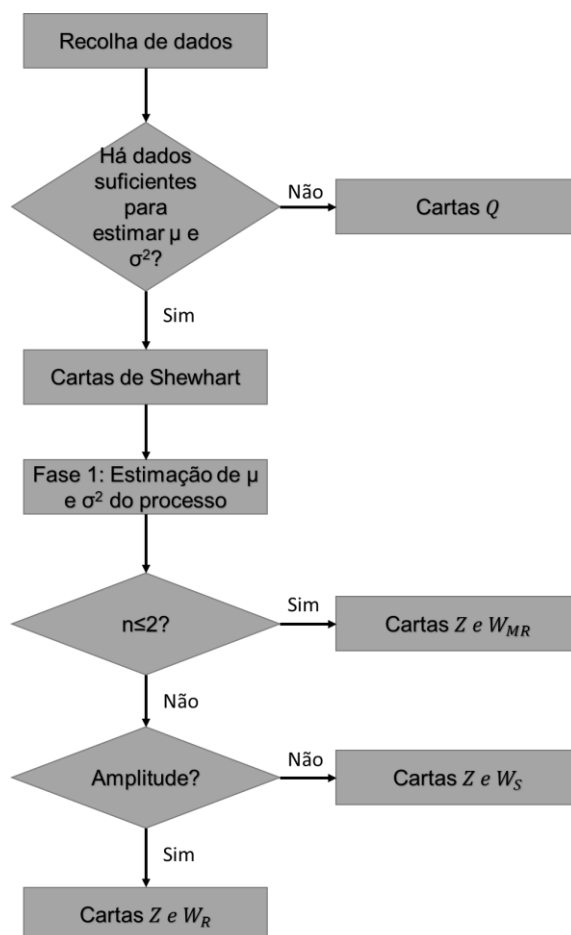


Figura 2.4- Metodologia para escolha da carta mais adequada a uma situação de ShortRun

Tal como nas cartas de controlo tradicionais de Shewhart, antes de iniciar a aplicação da metodologia inerente às cartas de controlo numa situação de *Short Run*, é necessário verificar os

pressupostos de Independência e Normalidade dos dados, associados à característica da qualidade em estudo.

2.3.1. Cartas de Controlo Z e W

Como referido anteriormente, este tipo de cartas são aplicadas quando os dados recolhidos são suficientes para estimar os parâmetros do processo, uma vez que nestas cartas é feita uma transformação dos dados com base nos parâmetros estimados, de modo a que estes se tornem adimensionais. Deste modo, as cartas Z e W são aplicadas preferencialmente na *Fase 2* da implementação do SPC, após aplicada a *Fase 1* de acordo com as cartas tradicionais de Shewhart.

Uma das grandes vantagens destas cartas prende-se com a possibilidade de, numa mesma carta, apresentar todas as características da qualidade em estudo, ao invés de se proceder à construção de diversas cartas individuais.

É importante também referir que na construção destas cartas foi tido em conta um nível de significância de 0,27%.

Nesta dissertação, devido à natureza dos dados recolhidos, serão apenas abordadas em detalhe as cartas Z e W_S relativas à média e desvio padrão.

Cartas de controlo da Média e do Desvio Padrão (Z e W_S)

Considerando que são recolhidos dados relativos à característica X de um produto, agrupados em m amostras de dimensão n_i , e calculados os valores das médias $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$ e dos desvios padrão S_1, S_2, \dots, S_m . Os valores de Z e W_S , são calculados segundo as equações 2.38 e 2.39, respetivamente, a cada instante i .

$$(Zi)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \right)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma / \sqrt{n_i}} \right)_j \quad 2.38$$

$$(Wi)_j = \left(\frac{S_i}{c_4 \sigma} \right)_j = \left(\frac{S_i}{RS} \right)_j \quad 2.39$$

em que

$(n_i)_j$ - dimensão da amostra i , para o produto j

$(\bar{X}_i)_j$ - média da amostra i para o produto j

$(\mu)_j$ - média do processo, relativamente à característica X , para o produto j

$(\sigma)_j$ - desvio padrão do processo, relativamente à característica X , para o produto j

A constante c_2 é retirada da tabela apresentada no anexo A.

Os limites de controlo para as cartas Z e W_S são definidos por

$$\begin{aligned} LSC_{W_R} &= B_4 \\ LC_{W_R} &= 1 \\ LIC_{W_R} &= B_3 \end{aligned} \quad 2.40$$

$$\begin{aligned} LSC_Z &= 3 \\ LC_Z &= 0 \\ LIC_Z &= -3 \end{aligned} \quad 4.41$$

As constantes B_4 e B_3 são retiradas da tabela apresentada no Anexo A.

Ao construir as cartas Z e W_S deve ter-se em conta que cada ponto relativo às variáveis $(Zi)_j$ e $(Wi)_j$ deve ser representado por ordem cronológica, independentemente do produto em causa. Os limites de controlo da carta Z são independentes da dimensão da amostra, contrariamente ao que ocorre nas cartas W_S . Por essa razão recomenda-se a utilização de amostras com a mesma dimensão para todos os produtos em estudo (Pereira & Requeijo, 2012).

2.3.1.1. Capacidade do Processo

As cartas Z e W são utilizadas na monitorização do processo (*Fase 2*), onde já está assegurado que todos os processos se encontram previamente sob controlo estatístico. Contudo, também nesta fase é importante garantir que os produtos produzidos têm qualidade e vão ao encontro das exigências do cliente, sendo de extrema importância o estudo da sua capacidade.

No que respeita às pequenas produções, existe uma dificuldade acrescida no estudo da capacidade dado que está a ser estudada a capacidade de vários produtos em simultâneo. Pereira & Requeijo (2012) sugerem a análise da capacidade dos diversos processos à medida que vão sendo recolhidos os dados, permitindo uma análise em tempo real que permita agir rapidamente de modo a implementar eventuais medidas corretivas.

Perante esta necessidade, surgiram dois índices de capacidade, Z_I e Z_S , que são representados graficamente na carta Z em cada instante de recolha dos dados. Estes índices correspondem a uma transformação matemática dos sub índices $(C_{pk})_S$ e $(C_{pk})_I$, sendo que, em especificações bilaterais, um processo é considerado capaz caso se verifique simultaneamente as seguintes condições:

$$(Z_I)_j \leq -3 \quad 2.42$$

$$(Z_S)_j \geq 3 \quad 2.43$$

Com

$$(Z_I)_j = \left(\frac{LIE - \mu}{k \sigma} \right)_j \quad 2.44$$

$$(Z_S)_j = \left(\frac{LSE - \mu}{k \sigma} \right)_j \quad 2.45$$

Para produtos apenas com limite inferior de especificação, a capacidade depende exclusivamente da equação 2., e em produtos que somente possuem limite superior de especificação, a capacidade do processo está assegurada caso seja respeitada a equação 2.45. Considera-se $k = 1,33$ para especificações bilaterais e $k=1,25$ para especificações unilaterais.

Os índices de capacidade $(Z_I)_j$ e $(Z_S)_j$ são estimados a partir das estimativas dos parâmetros do processo referentes ao produto j no instante r , sendo que o valor de $(\hat{\mu})_j$ e $(\hat{\sigma})_j$ vai sendo atualizado a cada instante que vão sendo retirados dados da produção, desde que estes se encontrem dentro dos limites de controlo das cartas Z e W . Deste modo, $(\hat{Z}_I)_j$ e $(\hat{Z}_S)_j$ são calculados a cada instante r de acordo com as seguintes equações:

$$(\hat{Z}_I)_j = \left(\frac{LIE - \hat{\mu}_r}{k \hat{\sigma}_r} \right)_j \quad 2.46$$

$$(\hat{Z}_S)_j = \left(\frac{LSE - \hat{\mu}_r}{k \hat{\sigma}_r} \right)_j \quad 2.47$$

Relativamente às estimativas dos parâmetros do processo a cada instante r , ir-se-á apenas apresentar as equações para cálculo destes valores para quando se estão a usar cartas relativas à média e desvio padrão, que são as utilizadas no presente estudo de caso. Se se pretender aprofundar o conhecimento sobre este tópico recomenda-se a consulta de Pereira & Requeijo (2012).

Seguem-se as equações para cálculo dos valores de $\hat{\mu}_r$ e $\hat{\sigma}_r$ quando são recolhidas amostras e são utilizadas cartas Z e W_S :

$$\hat{\mu}_r = \bar{\bar{X}}_r \quad 2.48$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\bar{S}_r}{c_4} \quad 2.49$$

Com

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{1}{r} \left((r-1)\bar{\bar{X}}_{r-1} + \bar{X}_r \right), r=2,3,\dots \quad 2.50$$

$$\bar{S}_r = \frac{1}{r} \left((r-1)\bar{S}_{r-1} + S_r \right), r=2,3,\dots \quad 2.51$$

Os índices $(Z_I)_j$ e $(Z_S)_j$ permitem também averiguar, em tempo real, se os processos são centrados, tal ocorre caso os valores de $(Z_I)_j$ e $(Z_S)_j$ sejam simétricos.

É de salientar que, caso seja detetada uma causa especial nas cartas Z e/ou W , não é calculada a capacidade do processo nem é feita a estimação dos parâmetros do mesmo tendo em conta nesse momento, os dados contribuíram para a ocorrência de causas especiais. Pereira & Requeijo (2012)

2.3.2. Cartas de Controlo Q

Quando se pretende garantir a qualidade de um processo produtivo que impossibilita a correta estimação dos parâmetros do mesmo, ou quando a produção é feita por lotes com um número reduzido de unidades, não é possível construir cartas Z e W , pelo que é necessário recorrer a alternativas. Surge-se assim as cartas Q, desenvolvidas por Quesenberry (1991).

A variável Q corresponde a uma transformação da característica da qualidade X , que assume exclusivamente valores contínuos, independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal. A metodologia inerente às cartas Q considera, para transformação das estatísticas no instante r , todos os dados anteriores a esse instante (Pereira & Requeijo, 2012).

As cartas Q podem ser utilizadas com amostras ou observações individuais, contudo, nesta secção serão apenas abordadas as cartas Q aplicadas a observações individuais devido à natureza dos dados recolhidos no presente caso de estudo.

Para deteção de causas especiais de variação nas cartas Q, Quesenberry (1991) sugere a aplicação das regras 1 e 6 referidas pela norma ISO 7870-2: 2013.

Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis

Após recolhidos os valores individuais relativos à característica da qualidade X , para controlar a média do processo é usada a estatística $Q(X)$ a cada instante r , que é obtida segundo a seguinte equação:

$$Q_r(X_r) = \phi^{-1} \left(G_{r-2} \left(\sqrt{\frac{r-1}{r}} \left(\frac{X_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{r-1}} \right) \right) \right), r = 3, 4, \dots \quad 2.52$$

Na equação 2.52, ϕ^{-1} corresponde ao inverso da distribuição cumulativa normal padrão com média igual a zero e um desvio-padrão igual a um, que tem como argumento G , uma distribuição *t-student*, com $r-2$ graus de liberdade. A carta $Q(X)$ é construída a partir dos pontos $(r, Q_r(X_r))$ e permite que, mesmo com um número limitado de dados seja possível controlar a média do processo, a partir do instante $r=3$.

À semelhança do que é feito nas cartas tradicionais com observações individuais, para controlar a dispersão recorre-se a amplitudes móveis, neste caso, devido ao número reduzido de dados é utilizada a estatística $Q(MR)$, a qual a cada instante r é calculada de acordo com a seguinte equação:

$$Q_r(MR_r) = \phi^{-1} \left(F_{1,\nu} \left(\frac{\nu(MR)_r^2}{(MR)_2^2 + (MR)_4^2 + \dots + (MR)_{r-2}^2} \right) \right), r = 4, 6, \dots \quad 2.53$$

Com

$$\nu = \frac{r}{2} - 1 \quad 2.54$$

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r X_j \quad 2.55$$

$$MR_r = |X_r - X_{r-1}| \quad 2.56$$

Na equação 2.53, F corresponde a uma distribuição de *Fisher* com 1 grau de liberdade no numerador e ν graus de liberdade no denominador. A carta $Q(MR)$ permite que, mesmo com um número limitado de dados, seja possível controlar a dispersão do processo a partir do instante $r=4$ e sempre que r seja par.

Os limites de controlo das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ são dados segundo a equação 2.57.

$$\begin{aligned} LSC_Q &= 3 \\ LC_Q &= 0 \\ LIC_Q &= -3 \end{aligned} \quad 2.57$$

2.3.2.1. Capacidade do Processo

Também com a carta Q se pretende que o estudo da capacidade seja feito em tempo real, à medida que os dados vão sendo recolhidos, para que se possa detetar o mais rápido possível unidades não conformes e se possa agir de modo a tomar ações corretivas e evitar custos desnecessários Pereira & Requeijo (2012).

Os índices de capacidade a representar na carta $Q(X)$, Q_I e Q_S , são semelhantes aos utilizados para a carta Z , sendo que, em especificações bilaterais, um processo é considerado capaz caso se verifiquem simultaneamente as seguintes condições:

$$(Q_I)_j \leq -3 \quad 2.58$$

$$(Q_s)_j \geq 3 \quad 2.59$$

com

$$(Q_I)_j = \left(\frac{LIE - \mu}{k \sigma} \right)_j \quad 2.60$$

$$(Q_s)_j = \left(\frac{LSE - \mu}{k \sigma} \right)_j \quad 2.61$$

Relativamente a produtos com especificações unilaterais, mantem-se o explicitado na secção 2.3.1.1.

Os índices de capacidade $(Q_I)_j$ e $(Q_s)_j$ são mais uma vez estimados a partir das estimativas dos parâmetros do processo referentes ao produto j no instante r . O valor de $(\hat{\mu})_j$ e $(\hat{\sigma})_j$ vai sendo atualizado a cada instante que vão sendo retirados dados da produção, desde que estes se encontrem dentro dos limites de controlo da carta Q. Deste modo, $(\widehat{Q_I})_j$ e $(\widehat{Q_s})_j$ são calculados a cada instante r de acordo com as seguintes equações:

$$(\widehat{Q_I})_j = \left(\frac{LIE - \hat{\mu}_r}{k \hat{\sigma}_r} \right)_j \quad 2.62$$

$$(\widehat{Q_s})_j = \left(\frac{LSE - \hat{\mu}_r}{k \hat{\sigma}_r} \right)_j \quad 2.63$$

A constante k toma o valor de 1,33 caso se trate de uma especificação bilateral ou 1,25 no caso de uma especificação unilateral.

No que respeita a observações individuais, que é o caso abordado da presente dissertação, as estimativas dos parâmetros do processo no instante r são dadas por:

$$\hat{\mu}_r = \bar{X}_r \quad 2.64$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{S_r}{c_4} \quad 2.65$$

Com

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r} \left((r-1)\bar{X}_{r-1} + X_r \right) \quad 2.66$$

$$S_r = \sqrt{\left(\frac{r-2}{r-1} \right) S_{r-1}^2 + \frac{1}{r} (X_r - \bar{X}_{r-1})^2}, \quad r=2,3,\dots \quad 2.67$$

2.4. Controlo Estatístico Multivariado do Processo

Em muitos casos do mundo da indústria, pretende-se controlar simultaneamente várias características da qualidade. A prática comum das organizações passa pela elaboração de cartas de controlo para cada uma das variáveis. Contudo, para além desta prática levar a que se obtenha um elevado volume de documentos, podem estar a ser cometidos erros decorrentes da existência de uma correlação entre as características da qualidade em estudo.

Como forma de contornar estas limitações das cartas de controlo univariadas, foi criada uma metodologia que permite controlar e melhorar, simultaneamente, várias características da qualidade, o Controlo Multivariado estatístico do processo (MSPC) (Pereira & Requeijo, 2012).

Tal como foi referido na secção 2.2.1., nas cartas tradicionais univariadas de Shewhart, a probabilidade de um ponto estar fora dos limites de controlo é de 0,27%. Contudo, num processo controlado estatisticamente, onde existam duas variáveis a controlar, a probabilidade de, simultaneamente, as variáveis excederem os limites de controlo é de $(0,0027)(0,0027)=0,00000729$, um valor significativamente inferior a 0,0027. Por sua vez, a probabilidade de ambas as variáveis se encontrarem dentro dos limites de controlo é de $(0,99973)(0,99973)=0,99460729$. (Montgomery, 2009) Os valores obtidos não são de todo iguais aos obtidos no controlo univariado.

Caso o número de variáveis aumente, esta distorção vai tendo repercussões maiores. Deste modo, para p características da qualidade de um produto, independentes e Normalmente distribuídas, o risco do *tipo I*, representado por α , é dado pela equação 2.68, em que α_i corresponde ao nível de significância relativo à característica i . Enquanto que, a probabilidade de todos os pontos das p variáveis pertencerem, em simultâneo, aos intervalos definidos pelos limites de controlo, é calculada segundo a equação 2.69 (Pereira & Requeijo, 2012).

$$\alpha = 1 - \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad 2.68$$

$$P(p \text{ pontos entre os limites de controlo}) = \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad 2.69$$

Na presente secção, será abordada a metodologia relativa às cartas de controlo multivariadas tradicionais para controlo da média e seguidamente, a metodologia inerente às cartas de controlo multivariadas aplicadas à situação de *Short Run*.

2.4.1. Cartas Multivariadas Tradicionais

O Controlo Estatístico Multivariado foi introduzido por Alt (1985) tendo por base os estudos de Hotelling em 1974, com a introdução das cartas T^2 . Na presente dissertação serão apenas abordadas as cartas T^2 relativas a amostras devido à natureza dos dados que foram recolhidos para o caso de estudo abordado. Para aprofundar conhecimento no tema cartas T^2 relativas a observações individuais recomenda-se a leitura do trabalho de Pereira & Requeijo, (2012).

A aplicação das Cartas de Controlo Multivariadas pressupõe a aleatoriedade, independência e Normalidade dos dados recolhidos, com recurso às técnicas utilizadas no estudo Univariado abordadas na secção 2.2.3. Pressupõe-se também que a distribuição das p variáveis em estudo segue uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ com o vetor média $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ e a matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.4.1.1. Cartas T^2 para Controlo da Média utilizando Amostras

Analogamente ao que ocorre no estudo univariado, também nas cartas multivariadas há que distinguir duas fases distintas: a *Fase 1*, onde é feito um estudo retrospectivo do processo, e a *Fase 2*, onde é feita a sua monitorização.

Na *Fase 1*, através de uma Carta T^2 e após recolha dos dados, são determinados os limites de controlo e após ser verificado se o processo se encontra sob controlo estatístico, são estimados os parâmetros $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{\Sigma}$ do processo.

A *Fase 2* é realizada em tempo real tendo em conta os dados que estão a ser recolhidos sendo esta fase composta por dois momentos distintos. Numa primeira instância, com recurso a Cartas T^2 , são usados os limites calculados tendo em conta o número de dados recolhidos na *Fase 1*, pelo que os dados recolhidos são independentes dos limites de controlo. Numa segunda instância, o processo é considerado garantidamente estabilizado e o controlo é feito por meio de uma Carta χ^2 , sendo que os limites de controlo são determinados em função de p e α .

Quanto ao número de observações a realizar, na *Fase 1*, tal como nas cartas tradicionais de Shewhart, é sugerido que sejam recolhidas, no mínimo, entre 25 e 30 amostras de dimensão 4 ou 5. Na *Fase 2*, vão sendo recolhidas amostras, as quais vão sendo controladas através da carta T^2 , até que, quando o número de amostras m pertencer ao intervalo definido pela equação 2.70, inicia-se o controlo do processo por meio da carta χ^2 (Pereira & Requeijo, 2012).

$$\frac{800p}{3(n-1)} \leq m \leq \frac{400p}{n-1} \quad 2.70$$

A metodologia usada no controlo multivariado encontra-se sintetizada no diagrama da Figura 2.5.

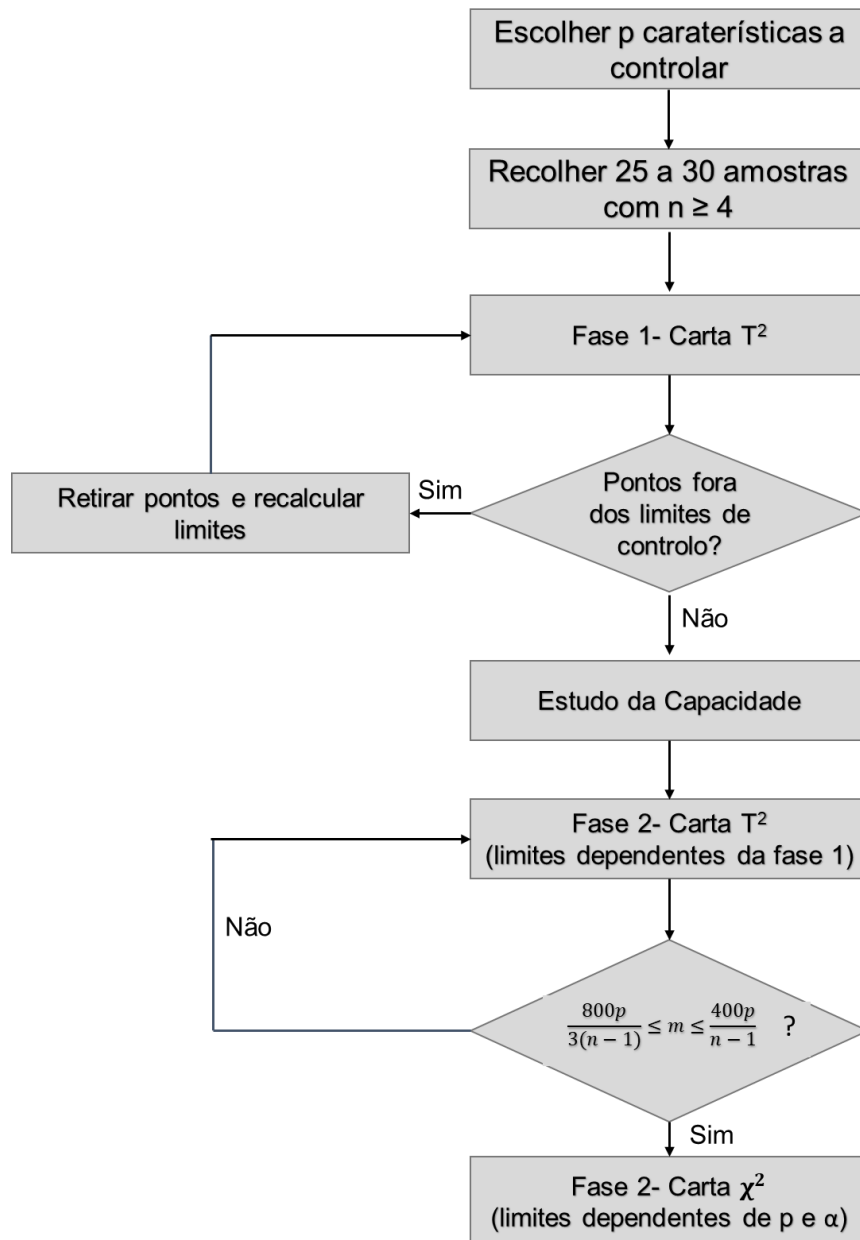


Figura 2.5- Metodologia para implementação das Cartas Multivariadas para controlo da Média

Fase 1- Carta T^2

Considere-se que são controladas p características da qualidade, através de m amostras de dimensão n .

A partir das observações individuais $X_{ijk}(i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m)$, são calculadas as médias, variâncias e covariâncias definidas segundo as equações 2.71, 2.72 e 2.73, respetivamente.

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad 2.71$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad 2.72$$

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}), \quad j \neq h \quad 2.73$$

O vetor das médias amostrais $\bar{\bar{\mathbf{X}}}$ (equação 2.74) é constituído a partir das médias amostrais de cada variável \bar{X}_j (equação 2.75).

$$\bar{\bar{\mathbf{X}}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)^T \quad 2.74$$

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad 2.75$$

A matriz das covariâncias amostrais \mathbf{S} (equação 2.76) é calculada a partir das variâncias amostrais de cada uma das p caraterísticas S_{jj} (estes valores constituem a diagonal da matriz e são calculados a partir da equação 2.77) e a partir das covariâncias entre duas variáveis distintas S_{jh} (estes valores constituem os elementos fora da diagonal e são calculados segundo a equação 2.78).

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{p1} & \cdots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad 2.76$$

$$S_{jj} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad 2.77$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk}; \quad j \neq h \quad 2.78$$

O vetor $\bar{\mathbf{X}}_k$, apresentado na equação 2.79, é constituído com base nas médias das p caraterísticas da qualidade da amostra k .

$$\bar{\mathbf{X}}_k = (\bar{X}_{1k}, \bar{X}_{2k}, \dots, \bar{X}_{pk})^T \quad 2.79$$

Em cada instante k , a estatística a ser controlada e representada graficamente é denominada de *Hotelling T²* é definida pela equação 2.80.

$$(T^2)_k = n (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})^T \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad 2.80$$

Os limites de controlo são definidos por:

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p; mn-m-p+1} \quad 2.81$$

$$LIC_{T^2} = 0 \quad 2.82$$

Quando ocorrem causas especiais de variação, os pontos fora dos limites são retirados da carta T^2 e são recalculados os valores de $\bar{\bar{X}}$ e \mathbf{S} . Quando o processo se encontrar sob controlo estatístico, é possível estimar os parâmetros do processo sendo $\bar{\bar{X}}$ o estimador de μ e \mathbf{S} o estimador de Σ .

Fase 2- Carta T^2

Nesta fase, os dados são recolhidos e é feito um controlo em tempo real a partir da estatística T^2 (equação 2.80) segundo os limites de controlo explicitados na equação 2.83, os quais dependem do número de amostras recolhidas na *Fase 1*.

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p; mn-m-p+1} \quad 2.83$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Sempre que seja detetada uma situação fora de controlo estatístico, deve ser identificada a(s) variável(s) responsável pela causa especial de modo a que possam ser tomadas ações corretivas no processo.

Fase 2- Carta χ^2

Quando, após um período longo de tempo, o processo tiver dado garantias de estar sob controlo estatístico, os parâmetros μ e Σ são dados como conhecidos e estáveis. A cada instante k em que são recolhidos dados, é calculada a estatística χ^2 de acordo com a equação 2.84 que é representada numa carta de controlo que tem os limites definidos segundo a equação 2.85.

$$(\chi^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \mu)^T \Sigma^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_k - \mu) \quad 2.84$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha;p} \quad 2.85$$

$$LIC_{\chi^2} = 0$$

Tal como na *Fase 2* da Carta T^2 , quando for detetada uma situação fora de controlo estatístico, deve ser identificada a(s) variável(s) responsável pela causa especial de modo a que possam ser tomadas ações corretivas no processo.

2.4.1.2. Interpretação Cartas T^2

À semelhança do que ocorre no estudo univariado, é detetada uma causa especial de variação quando um ponto se encontra fora dos limites de controlo estabelecidos. No estudo multivariado, uma causa especial pode ser devida a uma ou mais variáveis, pelo que é necessário apurar qual a variável (ou variáveis) e/ou correlação entre variáveis responsável pela situação fora de controlo, para que se possa tomar ações corretivas em relação ao processo.

Existem vários métodos utilizados para a interpretação das Cartas Multivariadas. Alt (1985) sugere o uso de gráficos com limites de controlo do tipo Bonferroni, que reduzem o número de falsos alarmes; Hayter e Tsui (1994) sugerem a utilização do Método do Ponto Crítico, que é também válido quando os dados não são considerados Normais; De entre os vários métodos, nesta secção será abordado o Método da estatística d (Montgomery, 2009)

Método da estatística d

Este método foi introduzido por Murphy (1987) e é bastante utilizado devido à sua facilidade de aplicação, embora só permita identificar a variável (ou variáveis) responsável pela causa especial. .

Segundo este método, para cada variável j , é calculada a estatística d_j , definida pela equação 2.86. T^2 corresponde ao valor da estatística calculado com base nas p variáveis e $T_{(j)}^2$ corresponde ao valor da estatística de Hotelling calculada a partir de todas as p variáveis excetuando a variável j .

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad 2.86$$

Considera-se que a variável j contribui para a situação fora de controlo sempre que na equação 2.87 se verifica:

$$d_j > \chi_{\alpha; p}^2 \quad 2.87$$

2.4.1.3. Estudo da Capacidade para dados Normais

Uma vez garantida a estabilidade do processo, é possível realizar o estudo da sua capacidade. Diversos autores abordaram esta temática, contudo, na presente dissertação, ir-se-á seguir a aplicação de três índices desenvolvidos por Shahriari, et al (1995), tal como é sugerido nos estudos de Pereira & Requeijo (2012).

Os três índices sobre os quais se vai centrar o estudo da capacidade multivariada do processo são o C_{pM} , que corresponde a um índice de capacidade potencial, o PV , um índice que indica se o processo está centrado com a especificação e o LI , que corresponde a um índice complementar.

Índice C_{pM}

Este índice é semelhante ao C_p para o estudo univariado e faz uma comparação entre o volume da região relativa à especificação técnica e o volume da região do processo, sendo definido segundo a equação 2.88.

$$C_{pM} = \left(\frac{\text{Volume da região referente à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad 2.88$$

A região definida pela especificação técnica depende do número de características em estudo. Caso $p=2$ esta região corresponde a uma área retangular, caso $p=3$ corresponde a um prisma e para $p \geq 4$ corresponde a um p-rectângulo. A região do processo é um p-elipsóide. A região modificada do processo corresponde ao menor p-rectângulo que contém o p-elipsóide da região do processo.

A Figura 2.6 exemplifica a situação para quando existem duas características em estudo. Neste caso, a região definida pela especificação técnica corresponde a um retângulo, a região do processo é uma elipse e a região modificada do processo corresponde ao menor retângulo que contém a elipse.

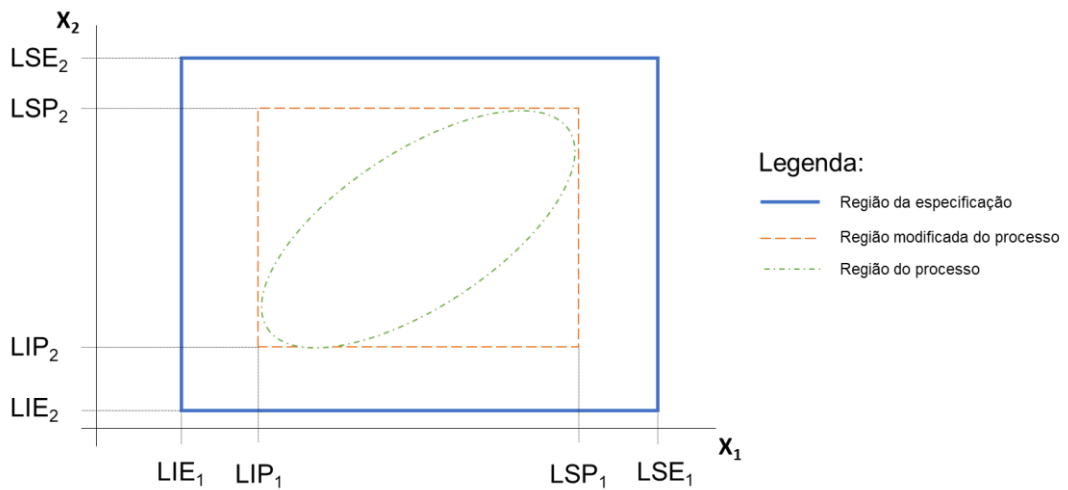


Figura 2.6- Regiões da especificação do processo para $p=2$ adaptado de Pereira & Requeijo (2012).

Índice C_{pM}

Considerando que LSE_i e LIE_i representam os limites de especificação superior e inferior da característica i e que LSP_i e LIP_i correspondem, respetivamente, aos limites superior e inferior do processo, dados pelas equações 2.90 e 2.91, o índice C_{pM} é definido segundo a equação 2.89.

$$C_{pM} = \left(\frac{\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)}{\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)} \right)^{\frac{1}{p}} \quad 2.89$$

Com,

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}} \quad 2.90$$

$$LSP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}} \quad 2.91$$

Nas equações anteriores, considera-se:

Σ – matriz das covariâncias para as p características;

$\det(\Sigma_i^{-1})$ – determinante da inversa da matriz Σ_i ;

Σ_i – matriz das covariâncias que se obtém desprezando a coluna i e a linha i da matriz Σ ;

$\chi_{\alpha;p}^2$ – percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição χ^2 com p graus de liberdade.

Para características com especificações bilaterais, o processo é considerado capaz caso $C_{pM} \geq 1,33$.

Índice PV

O PV compara a localização do vetor \mathbf{T} , correspondente às especificações técnicas, com a localização do vetor da média do processo $\bar{\mu}$, sendo calculado segundo a equação 2.92.

$$PV = P(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} \cdot F_{p,N-p}) \quad 2.92$$

Onde,

$$T^2 = n(\hat{\mu} - \mathbf{T})^T \Sigma^{-1} (\hat{\mu} - \mathbf{T}) = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad 2.93$$

O processo é considerado centrado caso o valor de PV seja aproximadamente igual a 1.

Índice LI

Este índice analisa se alguma parte da região definida pelo processo está ou não contida na região definida pela especificação, e é definido por:

$$LI = \begin{cases} 1 & \text{se a região modificada do processo está contida na região da especificação} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Deste modo, um processo só será considerado capaz, caso, simultaneamente apresente

$$C_{PM} \geq 1,33, PV \cong 1 \text{ e } LI = 1.$$

2.4.1.4. Estudo da Capacidade para dados Não Normais

Caso os valores individuais relativos às características em estudo para os vários produtos não sigam uma distribuição Normal, é necessário transformar os dados quando o processo se encontra sob controlo estatístico recorrendo aos métodos referidos na secção 2.2.4.

Sempre que seja possível proceder à transformação dos dados, é necessário, transformar os limites de especificação e calcular, com base nos valores individuais transformados, o vetor estimado da média e a matriz estimada das covariâncias. Com base nestes valores segue-se o procedimento explicitado na secção 2.4.1.3. para cálculo dos índices de capacidade.

Contudo, em algumas situações não é possível transformar os dados, nesse caso é necessário procurar uma forma expedita de estudar a capacidade do processo. Face à ausência de soluções por parte dos diversos autores, na presente dissertação ir-se-á transpor para o estudo multivariado a abordagem do estudo univariado da capacidade abordado nos trabalhos de (Pereira & Requeijo (2012).

Pereira & Requeijo sugere que, para o estudo univariado da capacidade de dados Normais seja usada a equação 2.94 e para dados Não Normais, seja utilizada a equação 2.95.

$$C_{P \text{ dados Normais}} = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad 2.94$$

$$C_{P \text{ dados não Normais}} = \frac{LSE - LIE}{5,15\sigma} \quad 2.95$$

É possível então a partir das equações 2.94 e 2.94 retirar uma relação, para o estudo univariado, entre o C_{PM} para dados Normais e Não Normais, a qual é apresentada na equação 2.96.

$$C_{P \text{ dados não Normais}} = C_{P \text{ dados Normais}} \times \frac{6}{5,15} \quad 2.96$$

Aplicando o mesmo princípio ao estudo Multivariado, onde o C_{pm} corresponde ao C_p e embora com um erro associado, poder-se-á calcular o índice C_{pm} para dados Não Normais a través da equação 2.97.

$$C_{PM \text{ dados não Normais}} = \left(C_{PM \text{ dados Normais}} \times \frac{6}{5,15} \right)^{\frac{1}{p}} \quad 2.97$$

2.4.2. Cartas Multivariadas para Pequenas Produções

Tal como ocorre no estudo univariado, as estatísticas Q multivariadas são aplicadas quando não existe um número suficiente de dados para aplicar o controlo tradicional. Também nestas cartas se tem como pressuposto que a distribuição conjunta das p variáveis é uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$.

2.4.2.1. Cartas MQ_X

Quando os dados recolhidos correspondem a observações individuais de cada uma das p características da qualidade, recorre-se ao estudo das cartas MQ_X .

O vetor \mathbf{X} é transformado na estatística Q , no instante r , definida pela seguinte equação:

$$Qr(\mathbf{X}_r) = \Phi^{-1}(F_{p, r-1-p}(A_r)), r = p + 2, p + 3, \dots \quad 2.98$$

Onde,

$$A_r = \left(\frac{(r-1)(r-1-p)}{rp(r-2)} \right) (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})^T \mathbf{S}_{r-1}^{-1} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1}) \quad 2.99$$

$$\mathbf{X}_r = (X_{r1}, X_{r2}, \dots, X_{rp})^T \quad 2.100$$

$$\bar{\mathbf{X}}_r = \frac{1}{r} ((r-1)\bar{\mathbf{X}}_{r-1} + \mathbf{X}_r) \quad 2.101$$

$$\mathbf{S}_r = \left(\frac{r-2}{r-1} \right) \mathbf{S}_{r-1} + \frac{1}{r} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})(\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})^T \quad 2.102$$

Quando o processo se encontra sob controlo estatístico e \mathbf{X} segue uma distribuição Normal multivariada, onde os valores da estatística Q são independentes e distribuídos segundo uma Normal reduzida $N(0, 1)$, os limites de controlo da carta MQ_X são dados pela equação 2.103.

$$LSC_{MQ_X} = 3 \quad 2.103$$

$$LC_{MQ_X} = 0$$

$$LIC_{MQ_X} = -3$$

Devido à fraca sensibilidade da carta MQ_X para a deteção de causas especiais de variação, é habitual utilizar a Regra 1 e Regra 6 mencionadas na norma ISO 7870-2: 2013 de modo a aumentar a sua sensibilidade.

2.4.2.2. Estudo da Capacidade

Para o estudo multivariado numa situação de ShortRun foi necessário procurar uma forma expedita de estudar a capacidade do processo, à semelhança do que foi feito no estudo multivariado tradicional. Para tal, sugere-se a modificação do vetor multivariado proposto por Shahriari, et al. (1995), sendo calculados novos três índices $(C_{PM}, PV, LI)_{MQ}$.

Índice $C_{PM(MQ)}$

O C_{PM} , calculado segundo a equação 2.104, trata-se de um índice de capacidade potencial, que é calculado a cada instante r , uma vez que nas cartas MQ_X não existe uma separação entre a Fase 1 e a Fase 2, pelo que o vetor μ e a matriz das covariâncias Σ são estimados a cada instante.

$$((C_{PM})_{MQ})_r = \frac{3}{1,33} \left(\frac{\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)_r}{\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)_r} \right)^{\frac{1}{p}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad 2.104$$

O processo é considerado potencialmente capaz caso $(C_{PM})_{MQ} > 3$.

Índice $PV_{(MQ)}$

Este índice compara o valor médio do processo a cada instante, $\hat{\mu}_r$, com o vetor dos valores nominais de especificação, \mathbf{T} , sendo calculado segundo a seguinte equação:

$$((PV)_{MQ})_r = \frac{-3}{fpc} P(T_r^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} \cdot F_{p,N-p}) \quad 2.105$$

Onde,

$$T_r^2 = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \mathbf{S}_r^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad 2.106$$

A estatística T_r^2 é calculada com base na estimativa do valor da média a cada instante, $\hat{\mu}_r$, no vetor do valor alvo do processo, \mathbf{T} , e na estimativa da matriz das covariâncias em cada instante, $\widehat{\Sigma}_r$. O valor de $\hat{\mu}_r$ é estimado com base no vetor $\bar{\mathbf{X}}_r$ e $\widehat{\Sigma}_r$ é estimado pela matriz das covariâncias \mathbf{S}_r , para as p características da qualidade estudadas.

Nesta equação, fpc representa o fator de processo centrado, que depende do tipo de indústria e/ou exigências a nível de segurança de um dado processo. Na presente dissertação será considerado um fpc de 90%.

Os processos são considerados centrados com a especificação caso $PV_{(MQ)} < -3$.

Índice $LI_{(MQ)}$

Este índice é semelhante ao utilizado no estudo multivariado tradicional e analisa se alguma parte da região definida pelo processo está ou não contida na região definida pela especificação, e é definido pela seguinte expressão:

$$LI = \begin{cases} -4 & \text{se a região modificada do processo está contida na região da especificação} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Deste modo, um processo só será considerado capaz, caso, simultaneamente apresente

$$C_{pM} \geq 1,33, PV < -3 \text{ e } LI = -4.$$

3. Caracterização da Empresa

Ao longo deste capítulo é feita uma apresentação relativamente à empresa onde foi realizado o caso de estudo, a SOPONTOS. Adicionalmente, é apresentado o processo produtivo dos principais tipos de produtos produzidos pela empresa bem como o modo como é realizado o controlo de qualidade dos mesmos.

3.1. SOPONTOS- Indústria de Produtos para Soldadura

A SOPONTOS é uma pequena empresa fundada em 1975 que tem a sua sede localizada na Amadora. A empresa deve a sua fundação ao Sr. José Penedo que devido à sua vasta experiência como torneiro mecânico e fresador, decidiu criar um negócio em nome próprio introduzindo-se assim no fabrico de porta-eléktodos para soldadura por resistência.

À data do surgimento da SOPONTOS, esta contava com apenas 1 colaborador, sendo considerada uma empresa familiar. O seu volume de negócio foi acrescento, tendo sido feitos sucessivos investimentos a nível de equipamentos de maquinação e calibração das peças, empregando atualmente 10 colaboradores. Na Figura 3.1 encontra-se apresentado o organograma atual da empresa, no qual estão apresentados os seus principais departamentos.

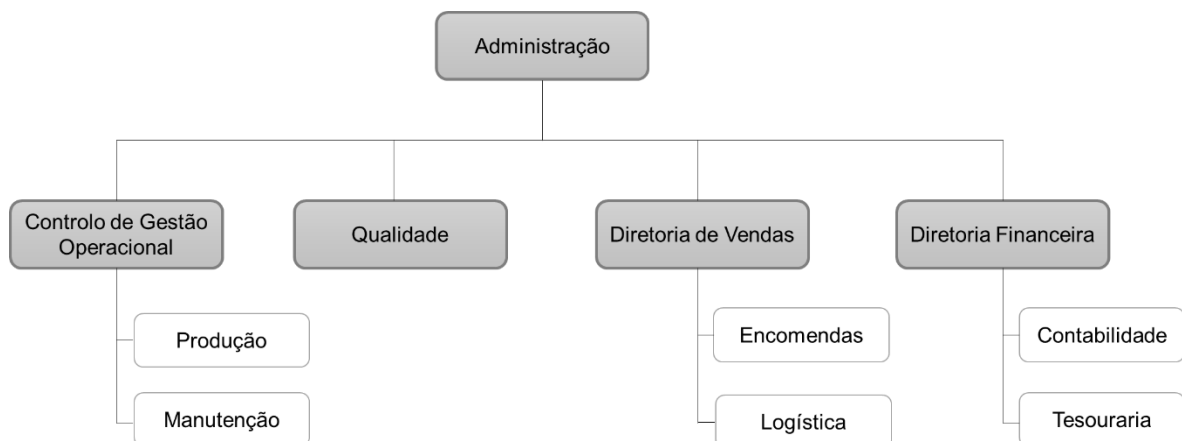


Figura 3.1- Organograma da SOPONTOS

Devido à experiência adquirida ao longo dos anos, durante os quais a empresa procurou uma constante evolução técnica, a SOPONTOS apresenta-se no mercado como sendo a principal empresa nacional dedicada ao fabrico e comercialização de produtos para soldadura por resistência.

Atualmente, a empresa apresenta uma gama de 20 tipos de porta-eléktodos e 16 pontas adaptáveis a esses porta-eléktodos, de modo a responder às necessidades do mercado consumidor. Devido à preocupação em corresponder prontamente ao mercado através de soluções que gerem

benefícios aos seus clientes, a SOPONTOS conta com um desenhador/projetista que cria peças específicas adequadas aos mais variados trabalhos de soldadura.

Devido à sua capacidade de adaptação às constantes necessidades do mercado e à qualidade dos seus produtos, a SOPONTOS desenvolveu parcerias nacionais com grandes empresas como AutoEuropa, Amtrol-Alfa, contudo, a sua área de atuação não se encontra circunscrita ao mercado nacional, tendo também vários parceiros de negócio em países como Bélgica, França e Alemanha.

3.2. Processo Produtivo

A produção da SOPONTOS está dividida entre a produção de porta-eléktodos, produzidos em lotes variáveis de reduzidas dimensões que são maquinados por profissionais qualificados e bicos de soldadura, produzidos em grande quantidade num curto espaço temporal através de uma máquina *CNC*.

Produção de porta-eléktodos

Na SOPONTOS são produzidos porta-eléktodos, como apresentado na Figura 3.2, com diferentes curvaturas e dimensões, contudo, independentemente da forma, o processo produtivo é comum a todos eles.



Figura 3.2- Porta-eléktodo produzido pela empresa SOPONTOS

Na Figura 3.3 estão sintetizadas as etapas que compõe, de um modo geral, o processo produtivo dos porta-eléktodos.

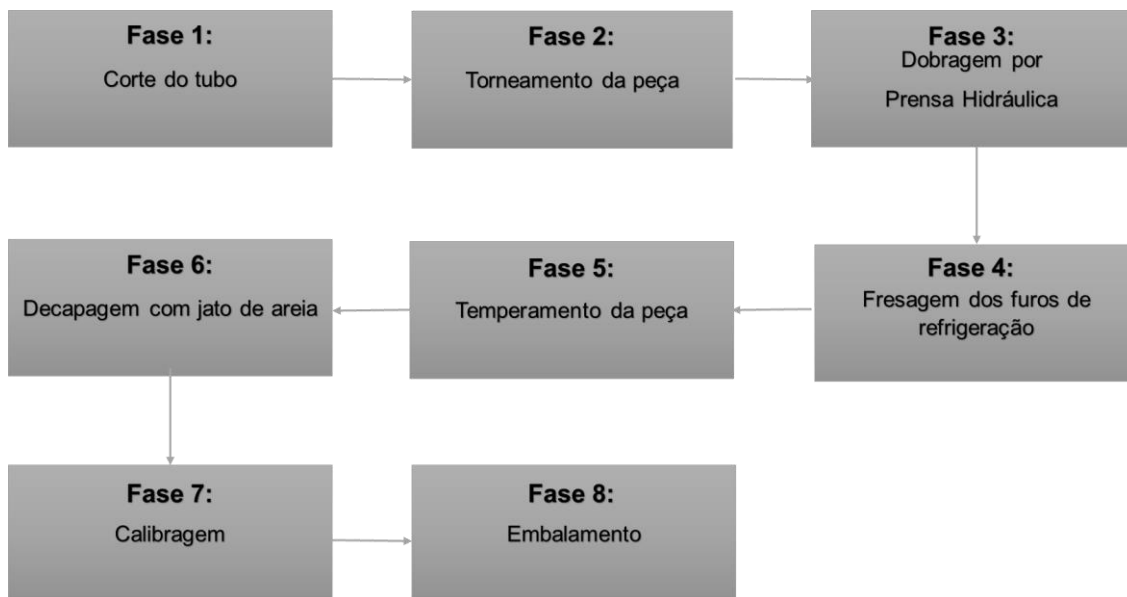


Figura 3.3- Fases do processo produtivo dos porta-eléttodos

Fase 1: Corte do tubo

A matéria prima, tubo de cobre-níquel-silício de grandes dimensões, é inicialmente cortada em comprimento através de um serrote mecânico.

Fase 2: Torneamento do aço

Seguidamente, a peça é torneada de modo a obter uma superfície de revolução com as dimensões pretendidas. O torneamento é realizado com o auxílio de uma máquina *CNC* que permite, através de programação por parte de um operador qualificado, uma grande precisão de torneamento. No torno são também realizados os furos para arrefecimento da peça.

Fase 3: Dobragem por Prensa Hidráulica

A peça segue para a prensa hidráulica onde são feitas as curvaturas de acordo com os ângulos pretendidos. A prensa hidráulica é constituída por um pequeno embolo, onde é aplicada força, e onde, por meio de um fluido, essa pressão é transmitida a um embolo de maiores dimensões o qual permite exercer uma grande força na peça de modo a que lhe seja conferida a curvatura desejada.

Fase 4: Fresagem dos furos do cone

Após conferida a forma base, a peça é maquinada numa fresadora, uma ferramenta de corte circular a elevada velocidade, que permite maquinar a zona superficial da cabeça do cone com a inclinação pretendida.

Fase 5: Temperamento da peça

De seguida, é realizado um tratamento térmico, a têmpera, que consiste em levar a peça a um forno a 500 °C durante uma hora, com posterior arrefecimento rápido, de modo a melhorar as propriedades mecânicas do aço.

Fase 6: Decapagem com jato de areia

Após a têmpera, é necessário retirar os contaminantes da superfície da peça pelo que é realizado um processo de decapagem com jato de areia. Este processo consiste em propulsionar um jato de areia contra a superfície da peça, a alta velocidade, de modo a erodir a superfície da peça e retirar os contaminantes.

Fase 7: Calibragem

Por fim é realizada a calibragem da peça para que, devido ao tamanho dos varões, não haja oscilações na colocação dos furos ao centro da mesma.

Fase 8: Embalamento

Nesta fase, as peças seguem para a área de embalamento onde são posteriormente levadas para a zona de expedição

Produção de pontas para porta-eléktodos

O fabrico de pontas para porta-eléktodos, como o apresentado na Figura 3.4 é realizado segundo o processo produtivo descrito sucintamente na Figura 3.5.



Figura 3.4- Ponta para Porta-eléctrodo produzido pela empresa SOPONTOS

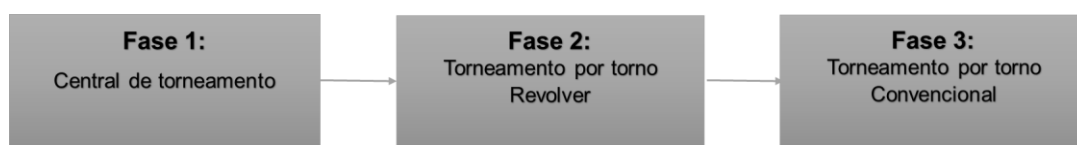


Figura 3.5- Fases do processo produtivo das pontas para os porta-eléctrodo

Fase 1: Central de Torneamento

A matéria prima, tubo de cobre-níquel-silício de grandes dimensões, é colocado na central de torneamento onde é feita, de forma automática, a forma base da peça.

Fase 2: Torno Revolver

Seguidamente, a peça é torneada de modo dar a forma pretendida à ponta da peça, com as dimensões desejadas.

Fase 3: Torno Convencional

Por último, é maquinado o cone da peça com o ângulo pretendido.

3.3. Controlo de Qualidade

A SOPONTOS é uma empresa empenhada na procura contínua pela melhoria da qualidade da sua produção sendo certificada relativamente à norma ISO 9001:2015, a qual está associada ao sistema de gestão da qualidade. Por esta razão, a SOPONTOS procura ser, para os seus clientes, mais que um fornecedor, pretende criar uma relação de parceria com os mesmos.

Nos porta-eléktodos, é feito um controlo dimensional a todas as unidades produzidas, onde é verificado se as dimensões de determinadas características estão contidas no intervalo de especificação pretendido pelo cliente.

No que diz respeito às pontas para os porta-eléktodos, são recolhidas aleatoriamente um dado número de amostras onde é verificado se as dimensões de determinadas características estão contidas no intervalo de especificação.

A SOPONTOS pretende continuar a melhorar a qualidade dos seus produtos de modo a poder destacar-se no mercado como uma parceira de sucesso que responde prontamente às necessidades dos seus clientes.

4. Estudo de Caso

No presente capítulo, com base nas metodologias desenvolvidas no capítulo 2, é apresentado o desenvolvimento do Estudo do Controlo Estatístico de Processos, aplicado a uma situação real, na empresa SOPONTOS. Pretende-se utilizar as ferramentas estudadas para controlar estatisticamente algumas das características da qualidade relativas a um dado conjunto de produtos produzidos pela empresa.

4.1. Introdução

A empresa SOPONTOS produz uma grande variedade de porta-elérodos destinados à soldadura por resistência, bem como pontas para esses porta-elérodos. A sua produção é bastante variável consoante a necessidades dos seus clientes.

É possível distinguir dois tipos de produção nesta empresa. Uma parte da produção corresponde a porta-elérodos produzidos em número reduzido de unidades, ocorrendo uma nova produção ao fim de um tempo relativamente distante; uma outra parte da produção corresponde a pontas para os porta-elérodos, sendo que neste caso, é produzido um elevado número de peças, embora a sua produção ocorra rapidamente em termos temporais.

No que diz respeito à produção dos porta-elérodos, é feito um controlo dimensional a todas as unidades produzidas, onde é verificado se as dimensões de determinadas características estão contidas no intervalo de especificação pretendido pelo cliente. Relativamente à produção de pontas para os porta-elérodos, são recolhidas aleatoriamente um dado número de amostras onde é verificado se as dimensões de determinadas características estão contidas no intervalo de especificação. Não existe uma metodologia a seguir que permita analisar adequadamente o processo produtivo, pelo que a implementação do Controlo Estatístico do Processo a estas duas situações vai permitir a obter conclusões que possibilitam melhorar o processo.

4.2. SPC-Produção de Pontas para Porta-Elérodos

A empresa SOPONTOS produz uma grande variedade de pontas para porta-elérodos os quais diferem entre si pela altura e pela forma.

Em conjunto com a administração da empresa foram selecionados três tipos de produtos que estivessem a ser produzidos durante a realização do presente caso de estudo, os quais serão denominados de *K*, *Y* e *R6* de acordo com as Figuras 4.1, 4.2 e 4.3.



Figura 4.1- Ponta do tipo K para porta-elétron



Figura 4.2- Ponta do tipo Y para porta-elétron



Figura 4.3- Ponta do tipo R6 para porta-elétron

Os valores nominais relativos a cada uma das características a controlar de cada produto estão sintetizadas nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, bem como as respectivas tolerâncias.

Tabela 4.1- Especificações das características X1, X2 e X3 relativas ao produto K

Produto K			
Caraterística X1	Altura		$22,77 \pm 0,2$ [mm]
Caraterística X2	Diâmetro do cone		$12 \pm 0,2$ [mm]
Caraterística X3	Diâmetro base do cone		$16 \pm 0,11$ [mm]

Tabela 4.2- Especificações das características X1, X2 e X3 relativas ao produto Y

Produto Y			
Caraterística X1	Altura		$20 \pm 0,5$ [mm]
Caraterística X2	Diâmetro pequeno		$5 \pm 0,5$ [mm]
Caraterística X3	Diâmetro grande		$16 \pm 0,11$ [mm]

Tabela 4.3- Especificações das características X1, X2 e X3 relativas ao produto R6

Produto R6			
Caraterística X1	Altura		$20 \pm 0,5$ [mm]
Caraterística X2	Diâmetro grande		$16 \pm 0,11$ [mm]
Caraterística X3	Diâmetro pequeno		$12 \pm 0,5$ [mm]

4.2.1. Recolha de Dados

Tal como foi referido na secção 2.2.5., o modo como os dados são recolhidos é um ponto fulcral para a implementação do *SPC*.

No presente estudo de caso, para a *Fase I* do *SPC*, foram recolhidas 30 amostras de dimensão 5 para cada um dos produtos, de modo a perfazer um total de 150 valores individuais de cada produto.

A recolha das amostras foi realizada de hora a hora, de modo a não perturbar o normal funcionamento dos trabalhos, sendo a cada hora recolhidos 5 unidades de produto de cada tipo. Esta recolha foi realizada pelos operadores, sendo em seguida realizada a respetiva medição das características físicas a serem controladas com recurso a equipamentos de medição devidamente calibrados (paquímetro e micrómetro digitais).

4.2.2. Estudo Univariado (SPC)

Para controlar individualmente as três características da qualidade relativas a cada produto, recorreu-se a cartas de controlo na sua vertente Univariada.

Tendo em conta que os dados recolhidos são relativos a produtos produzidos em grandes quantidades, embora a produção ocorra por um curto período de tempo, esta produção pode ser considerada como *Short Run*.

Na *Fase I*, uma vez que os dados recolhidos correspondem a uma variável contínua, foram constituídas amostras de dimensão 5 e o estudo foi realizado através de cartas \bar{X} e S para controlar a média e a dispersão do processo. Na *Fase II* recorreu-se a cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S , uma vez que os dados correspondem a uma situação de *Short Run* e estes são suficientes para que na *Fase I* sejam estimados os parâmetros do processo.

4.2.2.1. Fase 1- Cartas \bar{X} e S

Com recurso ao *software statistica* foram elaboradas as cartas tradicionais de Shewhart relativas à média e ao desvio padrão para os três produtos, relativamente a cada uma das três características da qualidade em estudo. Caso sejam detetadas causas especiais de variação, os pontos responsáveis por essas situações são retirados procedendo-se à elaboração de novas cartas. Este processo é repetido até que não haja situações fora de controlo estatístico.

Relativamente à característica $X1$ do produto K , foram analisados os 150 dados recolhidos em amostras de dimensão 5 e obtiveram-se as cartas \bar{X} e S apresentadas nas figuras 4.4 e 4.5.

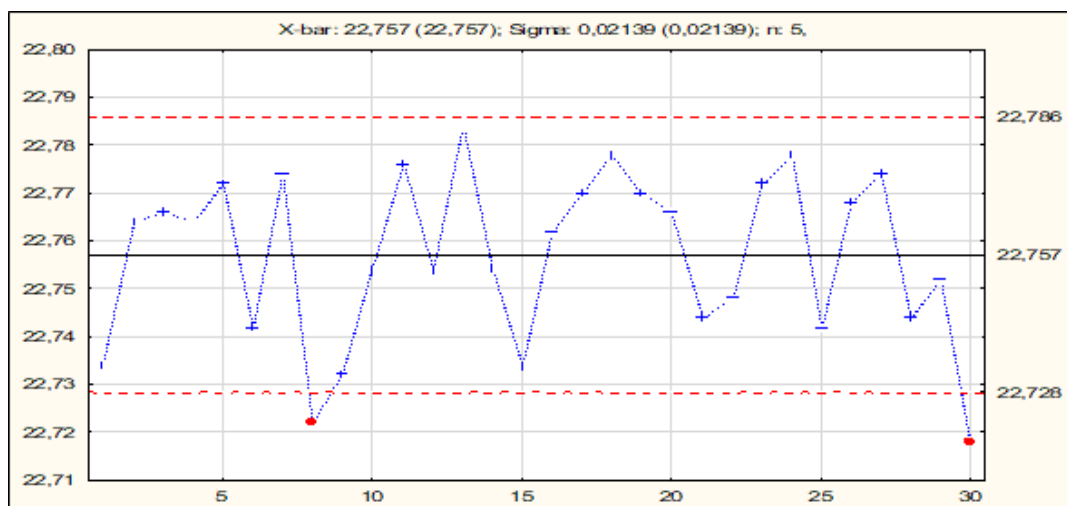


Figura 4.4- Carta \bar{X} relativa à característica X1 do produto K

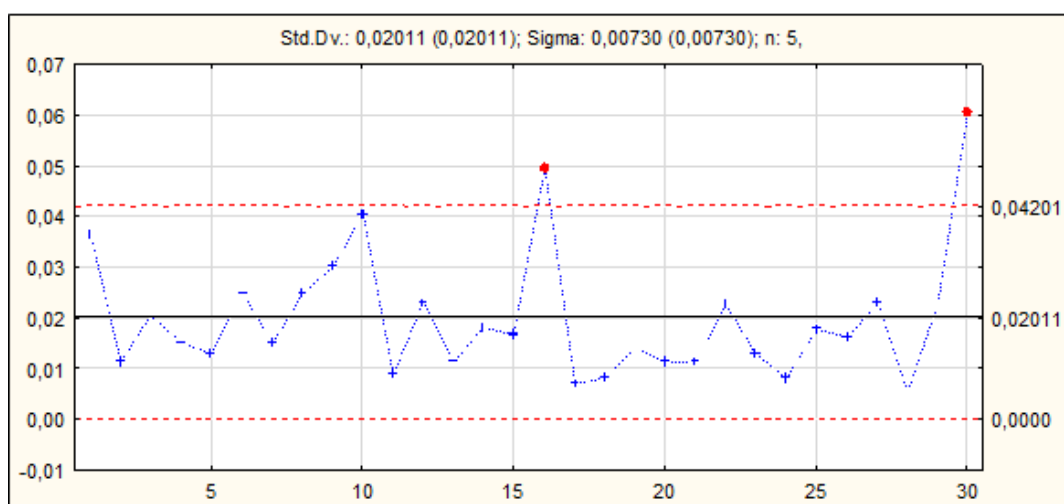


Figura 4.5- Carta S relativa à característica X1 do produto K

Como se pode observar, na carta de controlo da média os pontos 8 e 16 encontram-se abaixo do limite inferior de controlo e na carta de controlo da dispersão os pontos 16 e 30 encontram-se acima do limite superior de controlo desta carta. Os pontos 8, 16 e 30 correspondem assim a causas especiais de variação pelo que é necessário que estes sejam eliminados. Após retiradas as 3 amostras referidas, procede-se à reelaboração das cartas, sendo estas apresentadas na Figura 4.6.

Nesta segunda intervenção detetou-se novamente causas especiais de variação, sendo repetido o procedimento anterior. Os pontos 1, 8, 9, 14 (correspondentes às amostras reais 1, 9, 10, 15) foram retirados, obtendo-se as cartas apresentadas na Figura 4.7.

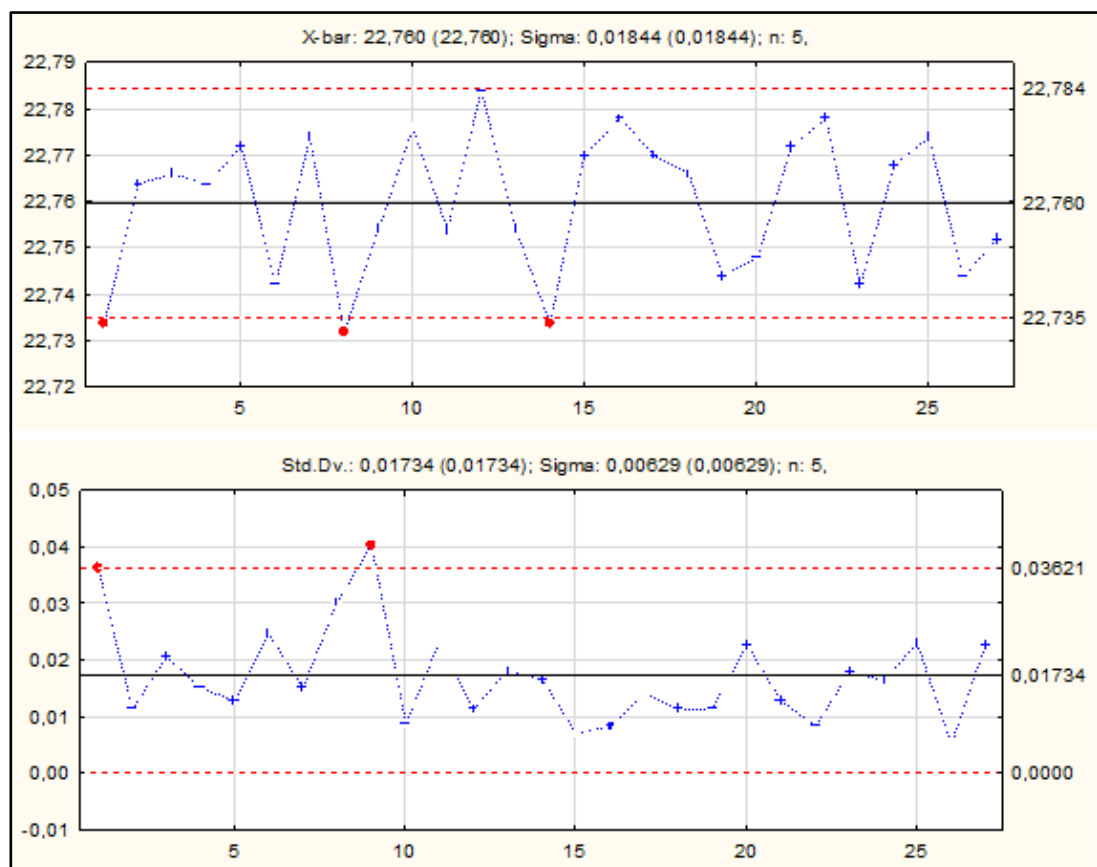


Figura 4.6- Cartas \bar{X} e S relativas à caraterística X1 do produto K (2ª intervenção)

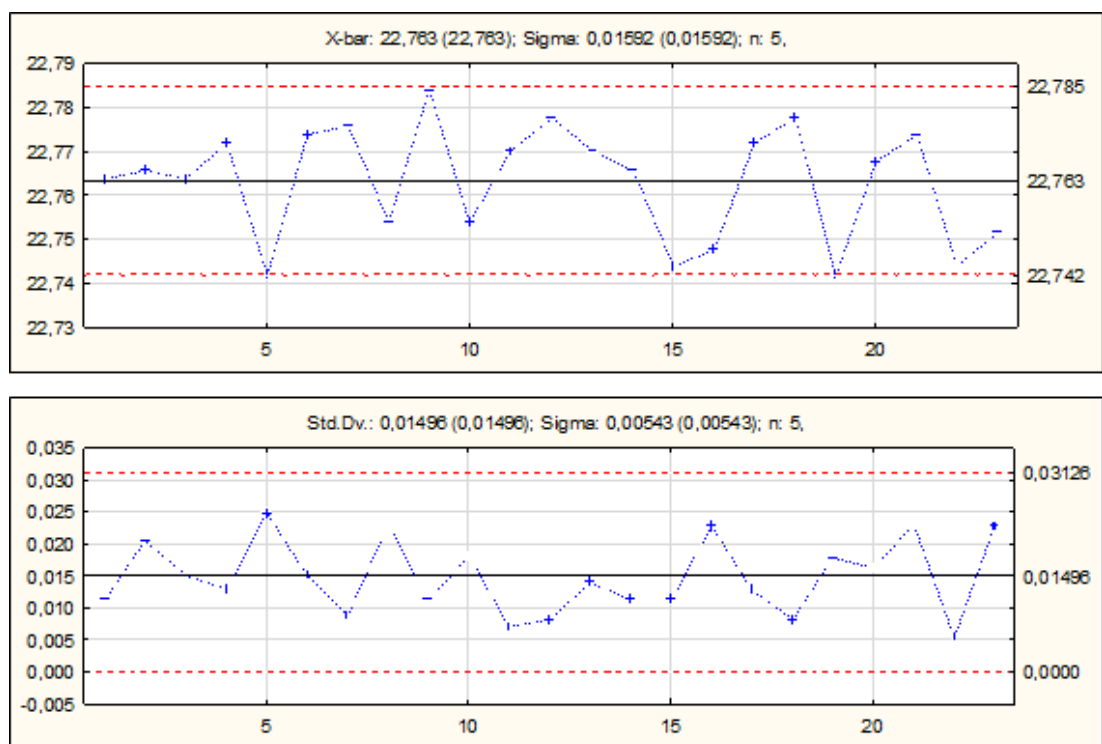


Figura 4.7- Cartas \bar{X} e S relativas à caraterística X1 do produto K (3ª intervenção)

Dado que nesta terceira intervenção não existem causas especiais de variação, o processo relativo à característica $X1$ do produto K é considerado sob controlo estatístico.

É importante salientar que a deteção de sete causas especiais num total de 30 pontos registados é um pouco exagerado, contudo foi o registo possível.

No Anexo C apresentam-se as cartas de controlo elaboradas para os restantes processos em estudo, após serem retirados os vários pontos fora de controlo.

4.2.2.1.1. Estudo da Normalidade

Tendo em conta que foram recolhidas amostras de dimensão 5, segundo o Teorema do Limite Central, o estudo da Normalidade relativo às observações individuais não condiciona que \bar{X} siga uma distribuição Normal. Contudo, é necessário averiguar se X segue uma distribuição Normal, de modo a que se possa prosseguir com o estudo da capacidade.

O estudo da Normalidade é realizado sobre os dados sob controlo estatístico após realizado o procedimento referido na secção 4.2.2.1. com recurso ao software *Statistica*.

No *Statistica* é realizado um teste de *Kolmogorov-Smirnov*. Este teste apresenta de imediato um histograma bem como a estatística d , a qual é necessário comparar com um valor crítico - $D_{critico}$. Para determinar o número de classes do histograma, recorreu-se ao *Crítério de Sturges*; o valor crítico da distribuição estatística D é calculado segundo a tabela presente no anexo B, para um nível de 5% de significância.

Relativamente à característica $X1$ do produto K , após retiradas as amostras responsáveis pelas causas especiais de variação, constam 23 das 30 amostras recolhidas na *Fase 1*. Assim sendo, o número de classes, k , do histograma é dado por

$$k = 1 + 3,322 * \log_{10}(N) = 1 + 3,322 * \log_{10}(23 * 5) \sim 8 \quad 4.1$$

O valor de $D_{critico}$ para um nível 5% de significância é dado por

$$D_{critico} = \frac{0,886}{\sqrt{N}} = \frac{0,886}{\sqrt{23 * 5}} = 0,08262 \quad 4.2$$

Com recurso ao *statistica* foi obtido o histograma relativo às observações individuais bem como o valor da estatística d , representado na Figura 4.8.

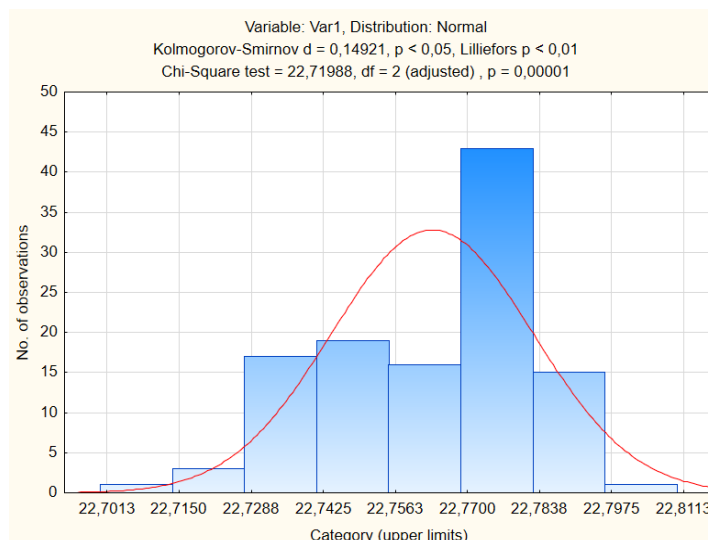


Figura 4.8- Verificação da Normalidade da Característica X1 do Produto K

Ao analisar o histograma, conclui-se que a característica X1 do produto K não segue uma distribuição Normal dado que $d > D_{\text{crítico}}$ para um α de 5%.

O mesmo procedimento foi realizado para os restantes processos em análise, podendo este ser consultado no Anexo D.

Na Tabela 4.4 apresentam-se os valores da estatística d e $D_{\text{crítico}}$ para que possam ser tiradas conclusões acerca da Normalidade dos dados.

Tabela 4.4- Resumo do estudo da Normalidade de todas as características dos produtos K, Y e R6

Produto	Caraterística X1		Caraterística X2		Caraterística X3	
	d	$D_{\text{crítico}}$	d	$D_{\text{crítico}}$	d	$D_{\text{crítico}}$
K	0,14921	0,08262	0,17537	0,073578	0,10506	0,074881
Y	0,12097	0,072342	0,08698	0,073578	0,12028	0,072342
R6	0,11061	0,072342	0,08848	0,072342	0,12491	0,073578

Para o nível de significância considerado, todos os produtos apresentam um valor da estatística d superior ao valor crítico, para todas as características consideradas, pelo que se conclui pelo teste de *Kolmogorov-Smirnov* que os valores individuais não seguem distribuições Normais.

Dada a não Normalidade dos dados, procurou-se transformar os mesmos através das metodologias abordadas na secção 2.2.4., contudo, tanto pelo *Sistema de Distribuições de Johnson* como pela *Transformação de BoxCox* não foi possível proceder a essa transformação. Teve que se adotar outro procedimento abordado na secção 4.2.2.1.3.

4.2.2.1.2. Estimação dos parâmetros

Uma vez que os processos se encontram sob controlo estatístico é possível estimar os seus parâmetros. É de reforçar que como foram utilizadas amostras de dimensão igual a 5, a não Normalidade de X não inviabiliza a estimação dos parâmetros de acordo com os estimadores de $\hat{\mu}$ e de $\hat{\sigma}$, referidos no capítulo 2.

Relativamente às cartas \bar{X} e S , os estimadores do processo são dados por $\hat{\mu} = \bar{\bar{X}}$ e $\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$, onde c_4 de acordo com o Anexo A, toma o valor de 0,94. Na Tabela 4.5 encontram-se explicitados os parâmetros dos processos estudados.

Tabela 4.5- Parâmetros estimados referentes às diversas caraterísticas dos produtos K, Y e R6 na Fase I do estudo univariado

Produto	Caraterística 1		Caraterística 2		Caraterística 3	
	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
K	22,763	0,016	12,000	0,012	15,911	0,023
Y	20,005	0,127	5,007	0,155	15,908	0,022
R6	20,084	0,219	15,938	0,122	11,994	0,049

4.2.2.1.3. Estudo da Capacidade dos Processos

Uma vez que os valores individuais de X não seguem uma distribuição Normal nem foi possível transformar os dados, não é possível calcular os Índices de Capacidade tal como é abordado na revisão bibliográfica.

Para contornar esta situação, recorreu-se ao *software Statistica*, que utiliza formulas próprias para calcular os Índices de Capacidade, C_P e C_{PK} , de dados não-Normais que não foram transformados.

Para o produto K relativamente à caraterística $X1$, ao introduzir os valores de X para o processo sob controlo estatístico, o *software*, através da funcionalidade *Process Analysis*, devolve as informações constantes na Figura 4.9.

		Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=22,7155 +3,000 *Sigma=22,8111		
Capability Index		Normal	Non-Nrml	Pearson
Within-sample sigma=S-bar/c4		Distrib.	Distrib.	Curves
Lower Specification Limit	22,57000			
Nominal Specification	22,77000			
Upper Specification Limit	22,97000			
Lower Perc. Value: ,135	22,71555	22,71720	22,71685	
Median (50%) Value: 50,000	22,76330	22,76486	22,76479	
Upper Perc. Value: 99,865	22,81106	22,79453	22,79342	
CP (potential capability)	4,18796	5,17249	5,22393	
CR (capability ratio)	0,23878	0,19333	0,19143	
CPK (demonstrated excellence)	4,04775	4,08882	4,06308	
CPL (CP, lower)	4,04775	4,08882	4,06308	
CPU (CP, upper)	4,32816	6,91276	7,16795	
K (non-centering correction)	0,03348	0,02571	0,02604	

Figura 4.9- Índices Cp e Cpk relativos à caraterística X1 do Produto K

Como é possível verificar, o processo é potencialmente capaz, ou seja, a variabilidade adapta-se à especificação, dado que o valor 5,1725 do C_p é superior a 1,33. Relativamente ao índice C_{PK} , este tem o valor de 4,0888 sendo superior a 1,33, pelo que o processo é capaz. Contudo, o processo X1 do produto K apresenta um $(C_{PK})_I$ de 4,089 e um $(C_{PK})_S$ de 6,913, pelo que este não está centrado com a especificação técnica.

Foi realizado o mesmo procedimento para os restantes processos em estudo, podendo os valores dos respetivos índices ser consultados no Anexo E.

A Tabela 4.6 resume as conclusões relativas ao Estudo da Capacidade para os vários processos.

Tabela 4.6- Quadro resumo do Estudo da Capacidade das caraterísticas X1, X2 e X3 dos produtos K, Y e R6 (Fase 1).

Produto	Caraterística	C_p	C_{pk}	Melhorias
K	X1	Potencialmente capaz	Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
	X2	Potencialmente capaz	Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
	X3	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
Y	X1	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X2	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X3	Potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
R6	X1	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X2	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X3	Potencialmente capaz	Capaz Não centrado	Aproximar a média do target

4.2.2.2. Fase 2- Cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S

Na *Fase 1* verificou-se a estabilidade de todos os processos. Muito embora não se tenha verificado que todos os processos têm capacidade (condição necessária), decidiu-se prosseguir mesmo assim com o estudo, procedendo-se à realização da *Fase 2* do Estudo Univariado. Nesta *Fase 2*, é feita uma monitorização dos processos em tempo real.

Dado que as características relativas aos produtos estudados se inserem numa situação de *ShortRun* onde foi possível estimar os parâmetros dos processos, serão adotadas as cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S .

Estas cartas permitem juntar todas as características de um produto numa mesma carta, isto porque os limites de controlo dependem exclusivamente da dimensão da amostra (neste caso $n=5$).

As tabelas de *Excel* utilizadas para a construção das cartas de controlo $Z_{\bar{X}}$ e W_S encontram-se no Anexo F. Seguidamente na Figura 4.10 estão representadas as cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S relativamente às características estudadas do produto K, as cartas relativas aos restantes produtos estão apresentadas no Anexo G.

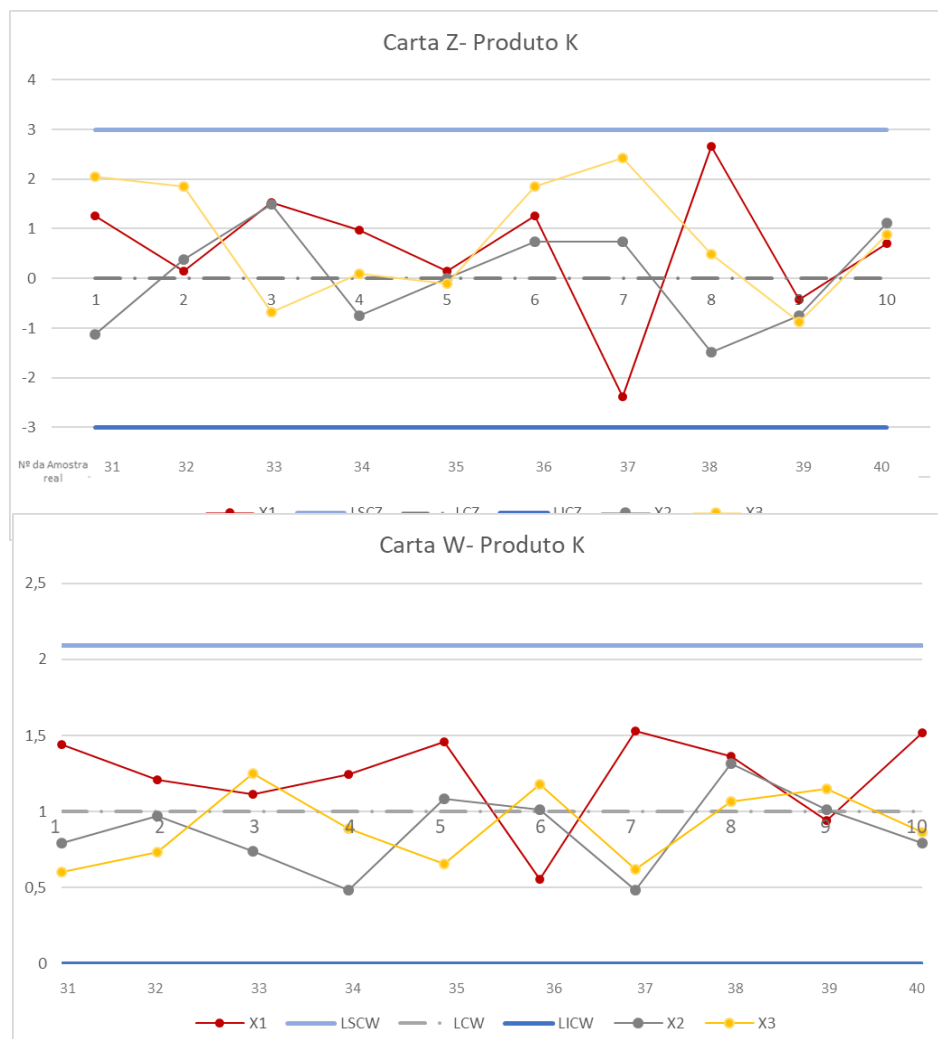


Figura 4.10- Cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S das características X1, X2 e X3 relativas ao produto K

Como se pode observar nas cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S não existem quaisquer pontos fora dos limites de controlo nem padrões não aleatórios, pelo que não existem evidências de que o processo esteja fora de controlo estatístico.

4.2.2.2.1. Análise da Capacidade

Devido ao facto de, para os vários processos, a distribuição de cada característica X não ser considerada Normal, não foi possível calcular os índices Z_L e Z_S relativos à carta Z .

Para ultrapassar esta limitação, optou-se por calcular a capacidade de todos os dados recolhidos até ao momento p , instante que corresponde ao final dos dados recolhidos para monitorização do processo, sem a presença de causas especiais de variação.

Deste modo, com recurso à ferramenta *Process Analysis* do *software Statistica*, foi calculada a capacidade dos processos para dados Não Normais e estimados os parâmetros.

Para a característica $X1$ do produto K é apresentado na Figura 4.11 os valores dos índices C_P e C_{PK} calculados pelo *statística*. Para os restantes produtos e características estes índices encontram-se discriminados no Anexo H.

Variable: Var1 (Spreadsheet1)			
-3,000 *Sigma=22,7132			
+3,000 *Sigma=22,8158			
Capability Index	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Within-sample sigma=S-bar/c4			
Lower Specification Limit	22,57000		
Nominal Specification	22,77000		
Upper Specification Limit	22,97000		
Lower Perc. Value: ,135	22,71321	22,71143	22,71123
Median (50%) Value: 50,000	22,76448	22,76552	22,76549
Upper Perc. Value: 99,865	22,81576	22,80446	22,80397
CP (potential capability)	3,90050	4,29960	4,31287
CR (capability ratio)	0,25638	0,23258	0,23186
CPK (demonstrated excellence)	3,79295	3,61490	3,60253
CPL (CP, lower)	3,79295	3,61490	3,60253
CPU (CP, upper)	4,00806	5,25051	5,31456
K (non-centering correction)	0,02758	0,02241	0,02255

Figura 4.11- Índices C_p e C_{pk} relativos à característica $X2$ do Produto K (Fase 2)

Para o processo em estudo foram estimados os parâmetros de processo no instante p , $\mu_p = 22,764$ e $\sigma_p = 0,017$, e verificado que $C_p = 4,2996$ e $C_{pk} = 3,6149$ pelo que o processo é considerado capaz de produzir segundo as especificações, contudo este não se encontra centrado.

A Tabela 4.7 resume as conclusões relativas ao estudo da Capacidade para os vários processos no instante p .

Tabela 4.7- Quadro resumo do Estudo da Capacidade das características X1, X2 e X3 dos produtos K, Y e R6 (Fase 2).

Produto	Caraterística	C _p	C _{pk}	Melhorias
K	X1	Potencialmente capaz	Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
	X2	Potencialmente capaz	Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
	X3	Potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
Y	X1	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X2	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X3	Potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Aproximar a média do target
R6	X1	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X2	Não potencialmente capaz	Não Capaz Não centrado	Reduzir variabilidade Aproximar a média do target
	X3	Potencialmente capaz	Capaz Não centrado	Aproximar a média do target

4.2.3. Estudo Multivariado (MSPC)

O estudo multivariado permite analisar simultaneamente as várias caraterísticas da qualidade dos produtos em estudo e compreender a origem de eventuais causas especiais de variação.

4.2.3.1. Controlo da Média

Tal como foi referido na revisão bibliográfica, o estudo multivariado para controlo da média está subdividido duas fases, na *Fase 1* são estimados os parâmetros do processo e na *Fase 2* é feita a monitorização em tempo real do processo em estudo.

É de salientar que a *Fase 2* está dividida em dois momentos distintos, contudo, na presente dissertação será apenas realizado o primeiro momento, no qual, para monitorização dos processos, os limites de controlo dependem exclusivamente dos dados da *Fase 1*.

4.2.3.1.1. Fase 1- Carta T²

Para um nível de significância de 0,27% referente a cada caraterística da qualidade e com o auxílio da ferramenta *Excel*, foram construídas as cartas T² para cada um dos produtos.

De modo a compreender a abordagem realizada, apresenta-se a *Fase 1* relativa ao produto K. No Anexo I apresenta-se a folha de Excel com a determinação dos valores de T² da carta de controlo bem como as informações relevantes para a análise dos restantes produtos.

Para o produto K foi primeiramente construída a Carta T², apresentada na Figura 4.12.

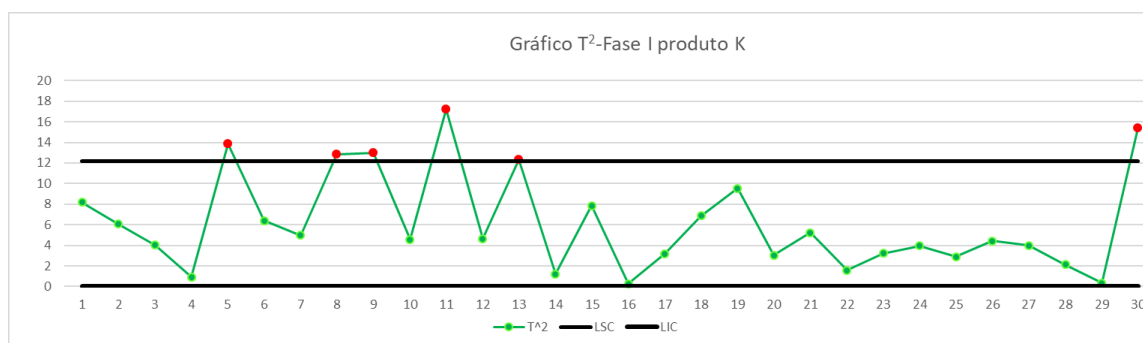


Figura 4.12- Carta T^2 do Produto K (Fase I) primeira intervenção

Observando a carta T^2 da Figura 4.12 verifica-se a existência de seis pontos fora dos limites de controlo, nas observações 5, 8, 9, 13 e 30. Para compreender a origem das causas especiais de variação é necessário recorrer à estatística d , tal como é apresentado na Tabela 4.8.

Tabela 4.8- Estatística d aplicada ao Estudo Multivariado (Fase I) do produto K

Amostra	T^2	$T_{X_1}^2$	$T_{X_2}^2$	$T_{X_3}^2$	d_{X_1}	d_{X_2}	d_{X_3}	$\chi_{\alpha;1}^2$
5	13,849	10,226	12,466	3,022	3,623	1,383	10,827	7,016
8	12,837	0,895	12,820	11,011	11,941	0,016	1,826	7,016
9	12,972	9,108	12,966	5,610	3,864	0,006	7,362	7,016
11	17,202	13,884	6,132	14,807	3,318	11,070	2,395	7,016
13	12,296	7,304	11,858	7,073	4,992	0,438	5,222	7,016
30	15,405	1,317	13,671	15,319	14,088	1,734	0,086	7,016

Com base nos resultados da Tabela 4.8, conclui-se que nos pontos relativos às observações 5 e 9 a causa especial se deve à caraterística X_3 ; quanto aos pontos 8 e 30 a causa especial deve-se à caraterística X_1 ; no ponto 11 deve-se à caraterística X_2 e por último no ponto 13 a causa especial se deve à correlação entre duas caraterísticas.

Para este produto, foram eliminados estes seis pontos responsáveis por causas especiais de variação e foram recalculados os limites de controlo e restantes valores. Obteve-se então uma nova carta T^2 apresentada na Figura 4.13. Algumas informações relativas à construção desta carta estão apresentadas no Anexo I.

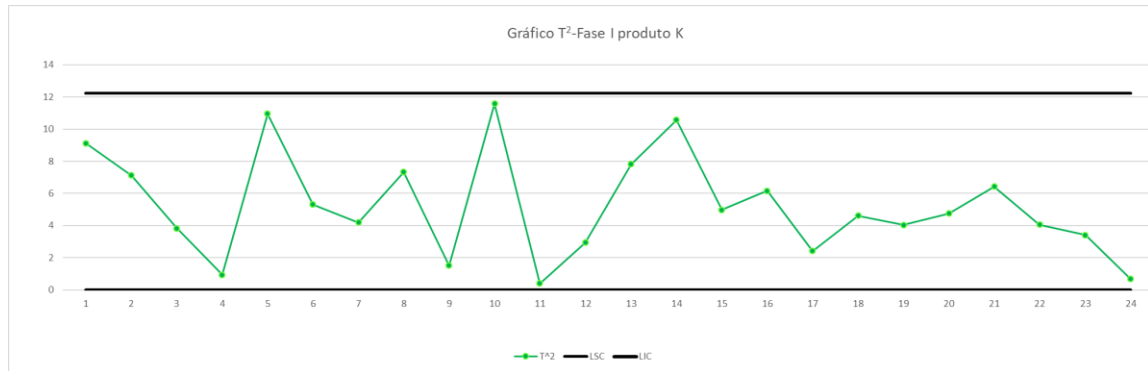


Figura 4.13 - Carta T^2 do Produto K (Fase 1) segunda intervenção

Dado que na carta não são visíveis causas especiais de variação, o processo é considerado sob controle estatístico, podendo-se assim estimar o vetor média e a matriz das covariâncias do processo.

4.2.3.1.2. Fase 1- Estimação dos parâmetros

Após os vários processos estarem sob controle estatístico é possível estimar o vetor média $\hat{\mu}$ apresentado na Tabela 4.9 e a matriz das covariâncias $\hat{\Sigma}$ apresentada na Tabela 4.10, para cada um dos produtos.

Tabela 4.9- Estimativa do vetor média $\hat{\mu}$ para os produtos K, Y e R6

Produto	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3
K	22,789	12,000	15,919
Y	20,005	5,010	15,980
R6	20,087	15,935	11,994

Tabela 4.10- Estimativa da matriz das covariâncias $\hat{\Sigma}$ para os produtos K, Y e R6

Produto	\bar{S}_{11}	\bar{S}_{22}	\bar{S}_{33}	\bar{S}_{12}	\bar{S}_{13}	\bar{S}_{23}
K	0,00047	0,00013	0,00049	0,00000	0,00003	0,00002
Y	0,01637	0,02886	0,00046	0,00307	0,00004	0,00037
R6	0,04700	0,01501	0,00237	0,00517	0,00046	0,00082

4.2.3.1.3. Estudo Multivariado da Capacidade dos Processos

No estudo multivariado, a capacidade é estudada com base nos índices C_{PM} , PV e LI . Contudo, o cálculo destes índices segundo o referido na revisão bibliográfica só pode ser aplicado

caso os dados sejam distribuídos segundo uma distribuição Normal ou caso haja a possibilidade de transformação dos dados e respetivas estimativas de parâmetros e limites de especificação.

Procurou-se através do software *Statistica* realizar uma *Transformação de BoxCox* aos dados relativos às características de cada produto, após o processo se encontrar sob controlo estatístico, no entanto, em alguns produtos não foi possível fazer essa transformação pelo que foi necessário abandonar este caminho.

Procedeu-se então ao cálculo dos índices de capacidade tal como é referido na secção 2.4.1.4. relativamente a dados não transformados.

Na Tabela 4.11 encontram-se os valores dos índices de capacidade para os três produtos em estudo, calculados com recurso à ferramenta *Excel*.

Tabela 4.11- Índices de Capacidade C_{PM} , PV e LI para os produtos K, Y e R6

Produto	C_{PM}	PV	LI
K	2,85	~0	0
Y	1,20	~0	0
R6	0,86	0,44	0

Assim, através da análise dos valores dos índices apresentados na Tabela 4.11, conclui-se que os vários processos não têm capacidade.

4.2.3.1.4. Fase 2- Carta T^2

Concluída a *Fase 1* do estudo multivariado, após verificada a estabilidade do processo e estimados os parâmetros do mesmo, é possível iniciar a monitorização do processo em tempo real dos dados recolhidos. Nesta fase, os limites de controlo dependem exclusivamente dos dados da *Fase 1*, e para controlar o processo é aplicada a carta T^2 .

Uma outra condição para dar início à *Fase 2* do MSPC é que o processo apresente capacidade. No estudo de caso em causa tal não acontece, pelo que se deveria encerrar este estudo. No entanto, decidiu-se realizar a *Fase 2* do MSPC, à semelhança do que aconteceu no Estudo Univariado.

Na figura 4.14, está representada a Carta T^2 para monitorização do processo relativo ao produto K.

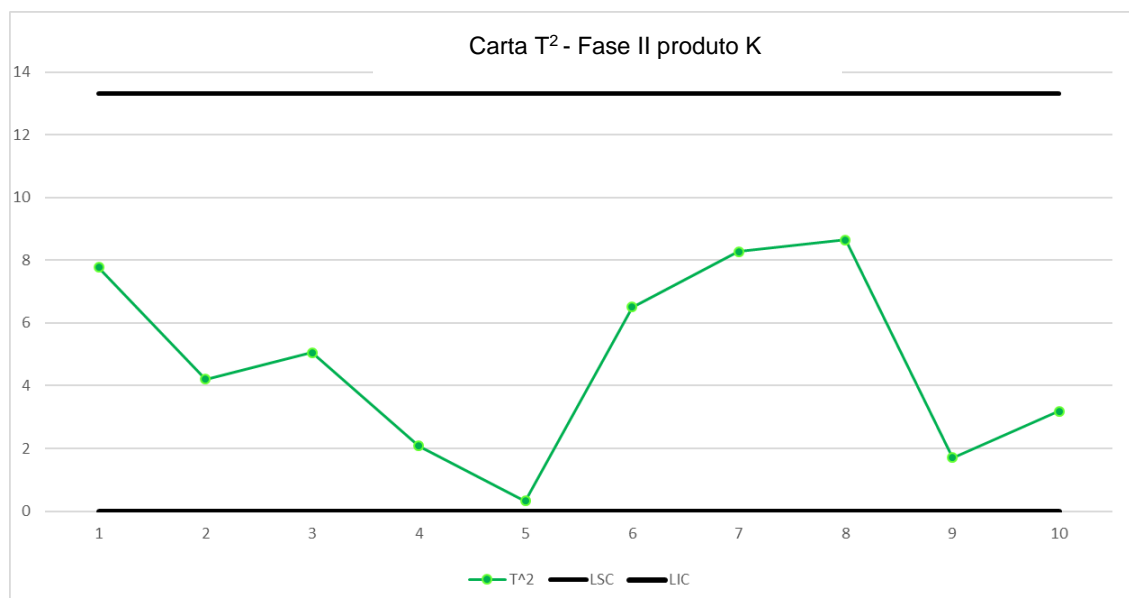


Figura 4.14 - Carta multivariada, Fase 2, do Produto K

Por observação da figura 4.14, conclui-se que não existe nenhuma causa especial de variação, pelo que o processo relativo ao produto *K* se encontra sob controlo estatístico, tal como foi concluído no final da Fase 2 do Estudo Univariado.

No Anexo J são apresentados os cálculos realizados e as cartas relativas aos restantes produtos, a partir das quais se conclui que o produto *Y* também se encontra sob controlo estatístico e para o produto *R6* é detetada uma causa especial de variação na amostra 3, a qual não foi detetada na Fase 2 do Estudo Univariado.

4.3. SPC-Produção de porta-elérodos

Na SOPONTOS são produzidos porta-elérodos com diferentes comprimentos, diâmetros e ângulos de curvatura consoante as necessidades específicas dos clientes.

Mais uma vez, em conjunto com a administração da empresa, foram selecionados vários tipos de produtos que estivessem a ser produzidos durante a realização do presente estudo de caso. Assim são analisados 6 produtos, cada um com três características da qualidade a serem controladas, os quais serão denominados pelas suas referências.

Na Tabela 4.12 encontra-se discriminado o produto, a característica da qualidade em estudo bem como a respetiva especificação técnica.

Tabela 4.12- Especificações das características 1,2 e 3 relativas aos diversos produtos

Produto	Caraterística	Especificação
103071144	1- Comprimento	$145 \pm 0,2$
	2- Altura	$87 \pm 0,1$
	3- Rasgo da Chaveta	$65 \pm 0,1$
261020	1- Comprimento	$120 \pm 0,5$
	2- Altura	$64 \pm 0,2$
	3- Rasgo da Chaveta	$48 \pm 0,15$
276151	1- Comprimento	$155 \pm 0,3$
	2- Altura	$169 \pm 0,1$
	3- Rasgo da Chaveta	$99 \pm 0,1$
103069930	1- Comprimento	$117 \pm 0,2$
	2- Diâmetro do furo	$30 \pm 0,05$
	3- Rasgo da Chaveta	$13,5 \pm 0,1$
103045679	1- Comprimento	$354 \pm 0,1$
	2- Altura	$45 \pm 0,1$
	3- Rasgo da Chaveta	$295 \pm 0,1$
R100075117	1- Comprimento	$110 \pm 0,2$
	2- Altura	$68 \pm 0,2$
	3- Diâmetro exterior	$25 \pm 0,01$

4.3.1. Recolha de dados

No que respeita aos porta-eléktrodo, a produção é feita, em cada momento, em reduzida quantidade, ocorrendo uma nova produção ao fim de um tempo relativamente distante, pelo que existe um número reduzido de dados, os quais não são suficientes para estimar adequadamente os parâmetros dos processos.

Dado o número muito reduzido de dados, será feito um controlo da totalidade das unidades produzidas durante a realização do presente estudo de caso, isto é, desde 1 de fevereiro a 31 de março de 2019.

4.3.2. Estudo Univariado- Cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$

Dada a situação apresentada, tal como foi referido no capítulo 2, a produção de porta-eléktrodo corresponde a uma situação de *ShortRun*, onde devido ao número reduzido de dados se irá recorrer às cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para controlo das três caraterísticas em estudo.

É de realçar que, devido à procura ser diferente para os 6 produtos em estudo, o número de unidades recolhidas para cada um deles será distinta.

Na elaboração das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ é assumido que os dados são independentes e identicamente distribuídos. Relativamente ao estudo da Normalidades, procedeu-se à realização de um teste de *Kolmogorov-Smirnov (KS)* em determinados instantes do estudo com a totalidade dos dados recolhidos até ao momento.

Relativamente à *caraterística 1* dos vários produtos em estudo, na Tabela 4.13 encontra-se resumido o teste *KS* realizado através o *software Statistica*.

Tabela 4.13- Teste KS aplicado à caraterística 1 dos diversos produtos em determinados instantes do estudo

Produto	Instante t	Estatística d	D _{crítico}
103071144	t=68 n=15	0,14	0,22
	t=106 n=28	0,11	$0,16 < D_{crítico} < 0,18$
261020	t=82 n=25	0,15	0,18
276151	t=55 n=17	0,19	0,21
103069930	t=96 n=21	0,11	$0,18 < D_{crítico} < 0,19$
103045679	t=86 n=9	0,23	0,27
R100075117	t=61 n=6	0,30	0,32

Para a *caraterística 1*, todos os valores individuais dos produtos seguem uma distribuição Normal dado que $d < D_{crítico}$ para um α de 5%. Para as restantes *caraterísticas*, o estudo da Normalidade encontra-se sintetizado no Anexo K, e os valores das *caraterísticas* dos seus produtos seguem uma distribuição Normal.

Relativamente à *caraterística 1* do produto **103071144**, na figura 4.15 encontra-se representada a carta $Q(X)$ e na figura 4.16 a carta $Q(MR)$. Para os restantes produtos e *caraterísticas*, as respetivas cartas encontram-se apresentadas no Anexo L. Neste anexo são ainda apresentadas as cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ com a totalidade dos produtos para cada uma das *caraterísticas*.

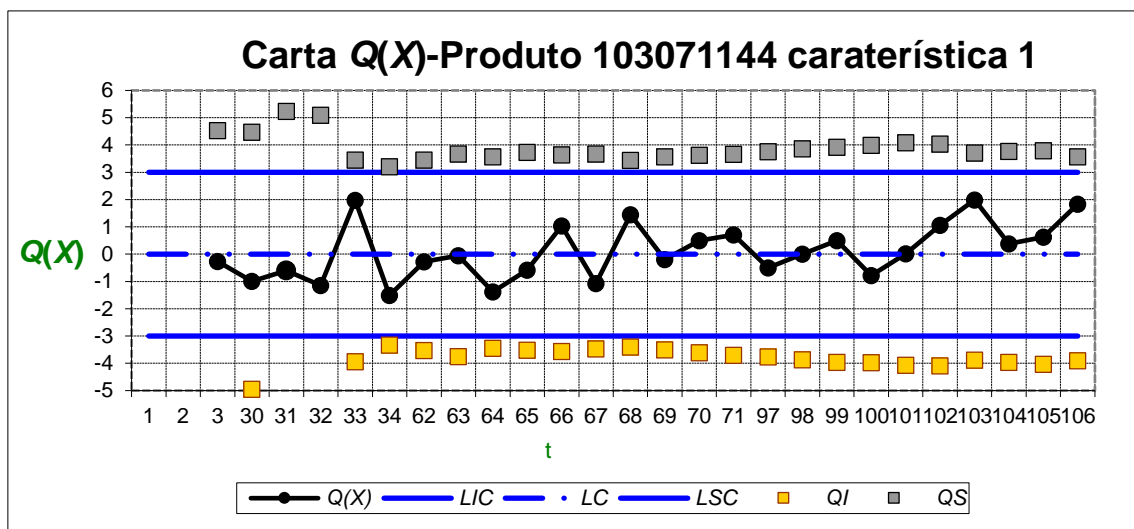


Figura 4.15 - Carta $Q(X)$ relativa à característica 1 do produto 103071144

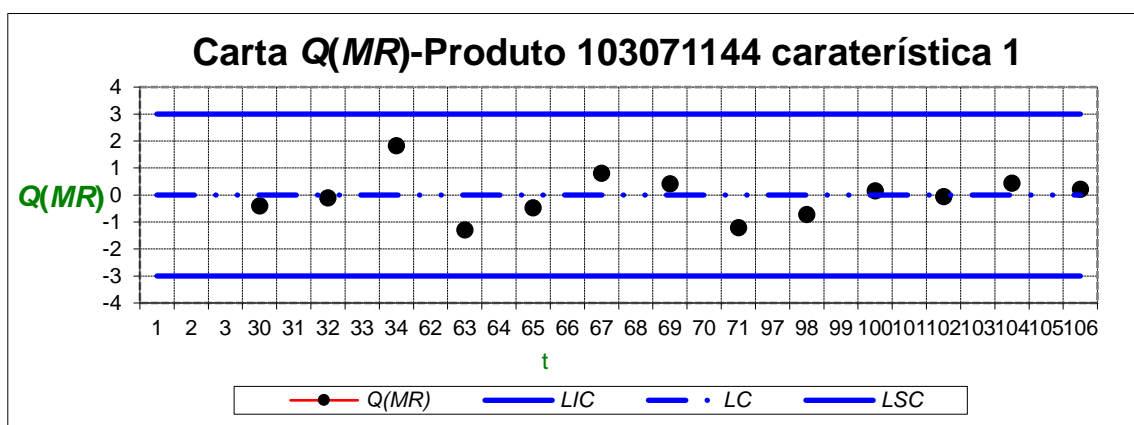


Figura 4.16- Carta $Q(MR)$ relativa à característica 1 do produto 103071144

Ao observar as cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ verifica-se que não existe nenhuma causa especial de variação, pelo que não existem evidências estatísticas de que o processo não esteja sob controlo estatístico.

Relativamente à capacidade do processo, a análise dos índices Q_I e Q_S revelam que este demonstra capacidade para produzir de acordo com as especificações técnicas. Também pela análise destes índices verifica-se que $|Q_I| \simeq |Q_S|$, pelo que é possível concluir que o processo está relativamente centrado. É de ressaltar que na carta $Q(X)$ para $t=31,32$ não aparecem os valores de Q_I pelo facto de estes serem inferiores a -5.

Nas Tabelas 4.14, 4.15 e 4.16 apresenta-se o resumo de eventuais causas especiais detetadas bem como do estudo da capacidade e respetivas ações corretivas em relação às três características da qualidade analisadas para cada produto a partir das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$.

Tabela 4.14- Análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a característica 1 dos vários produtos

Produto	t	Ocorrência Carta $Q(X)$	Ocorrência Carta $Q(MR)$	Ação
276151	38	$Q_s = 2,71 < 3$	-	Identificar a causa, corrigir o processo e reiniciar o estudo
103069930	91	$Q_s = 2,90 < 3$	-	Identificar a causa, corrigir o processo e reiniciar o estudo

Tabela 4.15- Análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a característica 2 dos vários produtos

Produto	t	Ocorrência Carta $Q(X)$	Ocorrência Carta $Q(MR)$	Ação
103069930	23	$Q_s = 2,91 < 3$	-	Identificar a causa, corrigir o processo e reiniciar o estudo
261020	45	$Q(X) = 3,04 > 3$	-	Ajustar o processo

Tabela 4.16- Análise das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para a característica 3 dos vários produtos

Produto	t	Ocorrência Carta $Q(X)$	Ocorrência Carta $Q(MR)$	Ação
276151	37	$Q_s = 2,43 < 3$ $Q_I = -2,43 > -3$	-	Identificar a causa, corrigir o processo e reiniciar o estudo
103071144	65	$Q(X) = -3,10 < -3$	-	Ajustar o processo

Após a elaboração das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ foram detetados pontos fora dos limites de controlo na carta referente ao controlo da média, relativamente ao produto **261020** na *caraterística* 2 no instante 45 e no produto **103071144** na *caraterística* 3 no instante 65. Este tipo de ocorrências impossibilitam o cálculo dos índices de capacidade, já que sempre que um ponto se encontra fora dos limites de controlo este é como se não existisse, sendo necessário reajustar o processo de modo a que sejam evitados futuros alertas e perdas de qualidade por parte dos produtos.

Nos produtos **276151** e **103069930** foram detetadas perdas de capacidade, embora estes produtos exibam capacidades próximas do limiar de conformidade.

É importante ter em conta que perdas de capacidade no início do processo podem ser decorrentes de não existirem ainda dados suficientes para uma correta análise, sendo imprudente ajustar de imediato o processo. Tal ocorreu em relação à característica 2 no produto **103069930**, onde houve uma perda de capacidade ao 7º valor recolhido, contudo, nas restantes 14 amostras o processo manteve-se sempre com capacidade. Nesta situação, embora haja um alerta é importante refletir sobre qual a melhor ação a tomar.

4.3.3. Estudo Multivariado- Cartas MQ(X)

Para mais uma vez estabelecer um meio de comparação com o Estudo Univariado, foram utilizadas as cartas $MQ(X)$ para analisar as três características da qualidade em simultâneo. Para esta análise é assumido que os dados são independentes e que se distribuem segundo uma distribuição Normal Reduzida $N(0,1)$.

A título de exemplo, é apresentado na figura 4.17, a carta $MQ(X)$ do produto **103071144**. Para os restantes produtos as respetivas cartas são apresentadas no anexo M. A título de exemplo encontra-se no anexo N as tabelas realizadas em Excel que auxiliaram a construção da carta $MQ(X)$ do produto 103071144.

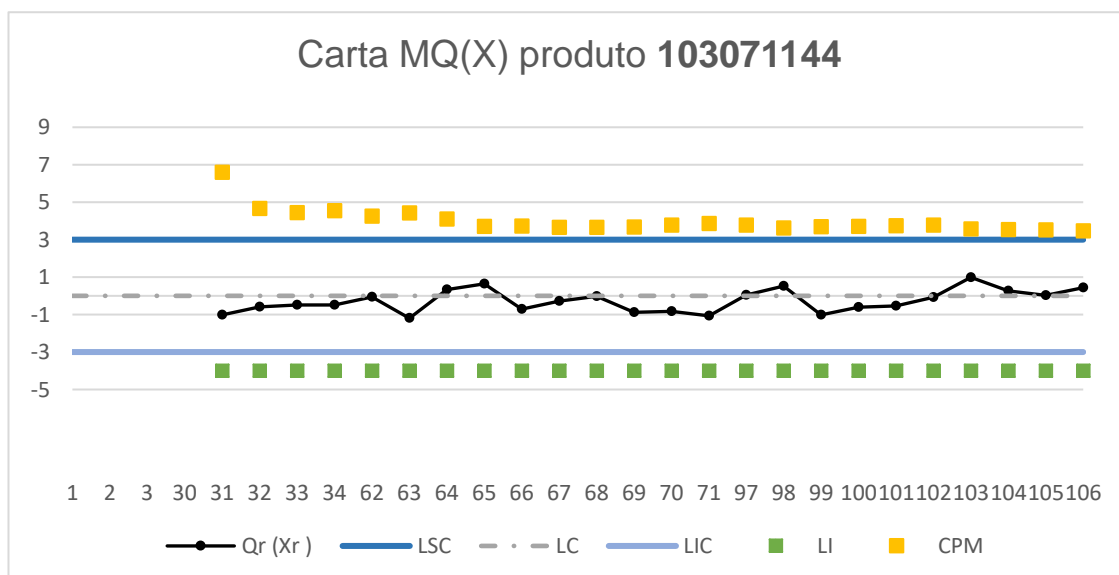


Figura 4.17- Carta Multivariada $MQ(X)$ relativa às características 1, 2 e 3 do produto **103071144**

Na metodologia inerente às cartas $MQ(X)$, o controlo estatístico só é iniciado na quinta observação. É também iniciado nesse instante o estudo da capacidade com os índices LI_{MQ} e $(C_{PM})_{MQ}$.

Como é possível verificar na carta apresentada na Figura 4.17, para o produto **103071144**, não foram detetadas causas especiais de variação, pelo que o processo se encontra sob controlo estatístico. Ao longo do estudo é visível um decréscimo do índice de capacidade potencial $(C_{PM})_{MQ}$, embora este nunca seja inferior a 3 e o índice complementar LI_{MQ} demonstra que a região definida pelo processo está contida na região de especificação.

É de salientar que em nenhum dos produtos são detetadas causas especiais de variação nem situações em que $(C_{PM})_{MQ} < 3$ e $LI_{MQ} = 0$. No Anexo N são também apresentadas as tabelas auxiliares para cálculo dos índices de capacidade relativos ao produto **103071144**.

4.4. Conclusões

Uma vez realizado o Estudo Univariado e Multivariado, para ambos os tipos de produções, é importante estabelecer uma análise comparativa.

Neste capítulo, para a produção de pontas para os porta-eléktrods, serão comparadas as Fases 1 e 2 do controlo estatístico bem como o estudo da capacidade. Quanto à produção de porta-eléktrods, devido à reduzida quantidade de dados recolhidos, não existe uma distinção entre a Fase 1 e 2, mas será igualmente feita uma comparação entre ambos os estudos no que diz respeito à deteção de causas especiais e capacidade do processo.

4.4.1. Comparação entre o SPC e MSPC na Produção de Pontas para Porta-Eléktrods

Fase 1

Na Fase 1, foram primeiramente eliminadas todas as amostras responsáveis por causas especiais de variação, condição necessária para que depois possam ser estimados os parâmetros do processo. Na Tabela 4.17, encontram-se discriminadas as amostras responsáveis por causas especiais que foram posteriormente retiradas.

Após os processos se encontrarem sob controlo estatístico, foram calculados os parâmetros do processo. Na Tabela 4.18 estão apresentados os parâmetros estimados em ambos os estudos sendo clara a concordância entre os valores, existindo apenas pequenas diferenças na ordem de grandeza das centésimas e apenas em valores pontuais.

Tabela 4.17- Comparação na deteção de causas especiais no estudo SPC e MSPC (Fase 1) para os produtos K, Y e R6

Produto	Estudo	Amostras responsáveis por causas especiais no controlo da média		
		X1	X2	X3
K	Univariado	8 e 30 1, 10 e 15	11	5 e 9
	Multivariado	5 e 9 devido à caraterística X3 8 e 30 devido à caraterística X1 11 devido à caraterística X2 13 não se sabe a causa		
	Univariado	-	-	-
	Multivariado	-		
Y	Univariado	-	-	-
	Multivariado	-		
R6	Univariado	-	-	2
	Multivariado	2 devido à caraterística X3		

Relativamente ao produto K, em relação aos pontos 5, 9 e 11 existe uma clara concordância entre o Estudo Univariado e Multivariado. Relativamente aos pontos 8 e 30, cuja causa especial no Controlo Multivariado é devida à caraterística X1, também está concordante com o estudo Univariado onde logo na carta inicial \bar{X} também essas amostras correspondem a causas especiais.

Contudo, no Estudo Univariado para a caraterística X1, após serem recalculados os limites, são detetadas as amostras 1, 10 e 15 também elas responsáveis por causas especiais, as quais não foram detetadas pelo estudo multivariado. Tal ocorre pelo facto de, embora na carta inicial de \bar{X} para a caraterística X1 estas amostras estejam muito próximas dos limites de controlo, nas restantes caraterísticas estas amostras apresentam valores muito próximos da linha central, daí que, numa análise global realizada pelo estudo multivariado estas situações não tenham sido detetadas como sendo causas especiais de variação.

Ainda em relação ao produto K, é verificado que o estudo multivariado deteta na amostra 13 uma causa especial de variação a qual não é detetada em nenhuma carta do Estudo Univariado. Ao observar a amostra 13 na carta \bar{X} , embora para a caraterística X2 esta amostra esteja mais próxima da linha central, na caraterística X1 a amostra encontra-se mais próxima do limite superior e para a caraterística X3 do limite inferior. Esta situação faz com que, pelo facto do Estudo Multivariado ter em conta a distância da amostra à linha central, o acumular das três situações leva a que a amostra 13 na carta T^2 seja superior ao limite superior de controlo, embora esteja muito próximo deste limite.

Para o produto Y, em ambos os estudos não são detetadas causas especiais de variação e no produto R6 existe uma concordância entre os estudos, sendo que em ambos é detetada uma causa especial na amostra 2 devido à característica X3.

Tabela 4.18- Comparação dos parâmetros estimados no estudo SPC e MSPC

Produto	Estudo	Média		
		X1	X2	X3
K	Univariado	22,763	12,000	15,911
	Multivariado	22,789	12,000	15,911
Y	Univariado	20,005	5,007	15,908
	Multivariado	20,005	5,010	15,908
R6	Univariado	20,084	15,938	11,994
	Multivariado	20,087	15,935	11,994

De modo a poder ser feita uma comparação entre a análise da capacidade pelo Estudo Univariado e Multivariado, os respetivos Índices de Capacidade relativos aos três produtos em estudo encontram-se apresentados na Tabela 4.19.

Tabela 4.19- Comparação do estudo SPC e MSPC relativamente à capacidade dos processos relativos aos produtos K, Y e R6

Produto	Caraterística	Índices de Capacidade				
		C_p	C_{pk}	C_{PM}	PV	LI
K	X1	5,173	4,089	2,85	2,01E-13	0
	X2	5,135	4,355			
	X3	1,973	0,406			
Y	X1	1,271	1,034	1,20	3,55E-15	0
	X2	0,957	0,858			
	X3	1,917	0,336			
R6	X1	0,831	0,792	0,86	0,44	0
	X2	0,343	0,148			
	X3	3,387	3,133			

O produto K apresenta Capacidade Potencial tanto pelo Estudo Univariado, onde todas as caraterísticas apresentam um C_p superior a 1,33, como pelo estudo multivariado onde C_{PM} também é superior a 1,33. Contudo, pelo baixo valor de PV verifica-se que o processo não está centrado, tal é evidenciado no Estudo Univariado pelo facto do C_{pk} da caraterística X3 ser de aproximadamente

0,4. Quanto ao intervalo de limites do processo este não está contido dentro dos limites da especificação, nomeadamente devido à característica X3, daí $LI=0$.

Relativamente ao produto Y, o Estudo Multivariado não apresenta Capacidade Potencial, tal está relacionado com o facto de no Estudo Univariado, principalmente a característica X2, apresentar um baixo valor de C_p . Mais uma vez, os baixos valores de C_{pk} são concordantes com o PV muito próximo de zero, o que leva a concluir que o processo não é centrado. Devido à característica X2 os limites do processo, LIP e LSP , não estão contidos nos limites de especificação, LSE e LIE , daí o LI tomar o valor de zero.

Quanto ao produto R6, o processo não apresenta Capacidade Potencial pelo Estudo Multivariado já que é visível que no Estudo Univariado as características X1 e X2 apresentam baixos valores de C_p . Mais uma vez os baixos valores de C_{pk} para as características X1 e X2 levam a que o PV demonstre que o processo não se encontra centrado. No estudo multivariado, mais uma vez $LI=0$, devido essencialmente às características X1 e X2.

Tendo em conta a falta de capacidade dos vários processos, é necessário introduzir mudanças nos mesmos de modo a reduzir a variabilidade, com o objetivo de melhorar a qualidade e reduzir custos. As alterações podem estar relacionadas com a afinação da máquina/equipamento; com uma eventual mudança de fornecedor de matéria-prima ou com a modificação do sistema de produção atual.

Fase 2

Após o processo se encontrar sob controlo estatístico e serem estimados os seus parâmetros, foram recolhidos novos dados, no Estudo Univariado foram utilizadas cartas Z enquanto que no Multivariado recorreu-se a cartas T^2 onde os limites de controlo dependem apenas dos dados da Fase 1.

No Estudo Univariado não foi detetada nenhuma causa especial em nenhuma das características dos três produtos estudados. Contudo, no estudo multivariado para o produto R6, no ponto 3, é detetada uma causa especial de variação.

De modo a averiguar a razão desta causa especial de variação, foi calculada a matriz das correlações, ρ , entre as várias características em estudo para o produto R6, sendo esta matriz apresentada na figura 4.18.

$\rho =$	1,00	0,08	0,04
	0,08	1,00	0,17
	0,04	0,17	1,00

Figura 4.18- Matriz das correlações, ρ , entre as várias características em estudo para o produto R6

É visível que, embora seja uma correlação fraca, a variável $X1$ apresenta uma correlação positiva com $X2$ e $X3$. Ao observar o Estudo Univariado, Figura G.3 do Anexo G, verifica-se no ponto 3 que enquanto que na variável $X1$ há uma diminuição do seu valor na carta Z , na característica $X2$ há um aumento tal como na $X3$. Ou seja, o Estudo Multivariado neste caso apresentou uma maior sensibilidade para deteção de uma causa especial devida à correlação entre as variáveis.

4.4.2. Comparação entre SPC e MSPC na Produção de Porta-Eléktodos

Ao comparar o estudo realizado com as cartas $Q(X)$ e $MQ(X)$ é importante ter em conta que no Estudo Multivariado o controlo estatístico apenas se inicia no quinto ponto, enquanto no Estudo Univariado este é iniciado no terceiro ponto, este fator irá influenciar os resultados obtidos. Deste modo, devido ao facto dos produtos analisados possuírem poucos dados recolhidos durante o estudo, as cartas $MQ(X)$ têm uma menor capacidade para fornecer informação acerca dos produtos analisados. Na Tabela 4.20 encontram-se sintetizados os eventos anómalos detetados nos Estudos Univariado e Multivariado.

Tabela 4.20- Comparação na deteção de causas especiais no estudo SPC e MSPC para os diversos produtos

Produto	Estudo	Caraterística responsável por eventos anómalos		
		1	2	3
103071144	Univariado			t=65 $Q(X) = -3,10 < -3$
	Multivariado	-		
261020	Univariado		t=45 $Q(X) = 3,04 > 3$	
	Multivariado		-	
276151	Univariado	t=38 $Q_S = 2,71 < 3$	-	t=37 $Q_S = 2,43 < 3$ $Q_I = -2,43 > -3$
	Multivariado			-
103069930	Univariado	t=91 $Q_S = 2,90 < 3$	t=23 $Q_S = 2,91 < 3$	-
	Multivariado		-	

Relativamente ao produto **103071144** na carta $MQ(X)$ não são detetadas causas especiais de variação, contudo, na carta $Q(X)$ relativa à *caraterística 3* é detetado na observação 65 um ponto

abaixo do Limite Inferior de Controlo. Esta falta de sensibilidade da carta $MQ(X)$ resulta do facto de esta considerar em simultâneo, para além da *caraterística 3*, as *caraterísticas 1 e 2*, sendo que estas últimas duas apresentam, para o ponto 65 valores muito próximos da Linha Central. Tal situação explica também a não deteção no ponto 45 de uma causa especial de variação na carta $MQ(X)$ relativa ao produto **261020**.

Quanto ao estudo da capacidade dos processos, é importante referir que no estudo multivariado apesar do índice $C_{PM}(MQ)$ ser sempre, para todos os produtos, superior a 3, o que permite concluir que a dispersão dos processos se ajusta à especificação, contudo os vários processos não se encontram centrados.

Não foi colocado na carta $MQ(X)$ os valores de $((PV)_{MQ})_r$, um índice que indica se o processo está ou não centrado. Contudo, a título exemplificativo, será apresentado o valor deste índice para o quinto e sexto pontos do *produto 103071144* e será feita a respetiva comparação com o Estudo Univariado.

Para o produto em causa, as *caraterísticas 1, 2 e 3* têm como target os valores 145, 87 e 65, respetivamente. Na Tabela 4.21 encontram-se apresentados os valores de PV relativos ao Estudo Multivariado e de QI e QS relativos ao Estudo Univariado.

Tabela 4.21- Comparação dos índices QS, QI e PV para o produto 103071144 em $r=5$ e $r=6$

r	Caraterística 1		Caraterística 2		Caraterística 3		PV
	QI	QS	QI	QS	QI	QS	
5	-5,68	5,24	-6,50	3,50	-5,48	5,06	0,40
6	-5,18	5,09	-7,35	3,96	-3,83	3,96	0,32

No Estudo Multivariado, pela equação 2.105, foi calculado o $((PV)_{MQ})_r$, para os instantes 5 e 6 sem ser feita a multiplicação pelo coeficiente $\frac{-3}{fpc}$, ou seja, numa situação em que o processo se encontrasse centrado, o seu valor seria próximo de 1.

Contudo, como é visível na Tabela 4.21 os valores deste índice são muito baixos. Apesar dos valores da matriz \bar{X}_r serem relativamente próximos do target para cada caraterística, os valores de S_r são muito reduzidos pelo facto dos valores individuais das observações serem muito próximos entre si, levando a que, ao multiplicar $(\mu - T)^T * S^{-1}$ sejam obtidos valores muito elevados o que se reflete em valores baixos do $(PV)_{MQ}$.

Relativamente ao Estudo Univariado, é bastante visível, nomeadamente na *caraterística 2*, que o processo não se encontra centrado. Sendo esta conclusão concordante com os resultados do Estudo Multivariado.

5. Conclusões

Neste capítulo, são apresentadas conclusões do trabalho realizado, tendo em conta os objetivos definidos previamente. São também feitas considerações acerca de futuros trabalhos a realizar na empresa SOPONTOS.

Primeiramente, serão apresentadas conclusões gerais relativas à capacidade dos processos, alterações detetadas nos mesmos e será feita uma comparação entre o estudo univariado e multivariado aplicado na empresa SOPONTOS.

Por último, serão ainda feitas sugestões consideradas como relevantes para futuros trabalhos a realizar.

As metodologias aplicadas tiveram como base o estudo feito no capítulo 2, o qual apresenta em detalhe uma fundamentação teórica para as técnicas aplicadas. Estas técnicas foram fundamentais para retirar conclusões acerca da capacidade dos processos da empresa para produzir de acordo com as especificações técnicas dos seus clientes, permitindo ainda analisar a estabilidade dos processos e averiguar a adaptabilidade das técnicas utilizadas aquela que é a realidade da empresa.

5.1. Produção de Pontas para Porta-Eléktrodo

Na produção de pontas para porta-eléktrodo, é produzido um elevado número de peças, embora a sua produção ocorra rapidamente em termos temporais. Os dados recolhidos não se encontravam distribuídos segundo uma distribuição Normal e não foi possível transformar os dados, o que constituiu uma limitação para o estudo, nomeadamente da capacidade. Esta limitação foi contornada, no caso do estudo univariado, através do *software Statistica* que possui ferramentas mais complexas que permitem estudar a capacidade de processos não normais, e no caso do estudo multivariado, através da multiplicação dos índices pelos coeficientes apresentados no capítulo 2.5.1.4.

Relativamente aos produtos K, Y e R6 analisados, um dos problemas encontrados está relacionado com o facto de os processos não estarem centrados com o valor nominal da especificação técnica, apesar da dispersão estar ajustada à mesma.

É de referir que na *Fase I*, onde eram desconhecidos os parâmetros dos processos, a carta \bar{X} apresentou maior sensibilidade para a deteção de causas especiais de variação do que a carta T^2 , contudo, quando o processo já se encontrava sob controlo estatístico, a carta T^2 , ao ter em conta a correlação entre as variáveis, foi capaz de detetar pontos fora dos limites de controlo os quais não foram detetados no estudo univariado.

5.2. Produção de Porta-Eléttrodo

Sendo os porta-eléttrodo produzidos em número reduzido de unidades, ocorrendo uma nova produção ao fim de um tempo relativamente distante, os dados para análise eram limitados, sendo vantajoso que a monitorização do processo seja iniciada no instante mais cedo possível. É importante ter em conta que no estudo multivariado o controlo estatístico apenas se inicia no quinto ponto, enquanto no estudo univariado este é iniciado no terceiro ponto, este fator irá influenciar os resultados obtidos.

Mais uma vez, o estudo univariado mostrou-se mais sensível para a deteção de causas especiais, já que do estudo multivariado, em nenhum dos produtos foram detetados pontos fora dos limites de controlo na carta $MQ(X)$.

Relativamente à capacidade dos processos para produzir de acordo com as especificações, tanto pelos índices Q_s e Q_I , relativos ao estudo univariado, como o índice $(PV)_{MQ}$ relativo ao estudo multivariado, é verificado que mais uma vez, os vários processos não se encontram centrados, apesar da dispersão estar ajustada às especificações técnicas.

5.3. Conclusões gerais

Tendo em conta que foram detetados, principalmente na produção de pontas para os porta-eléttrodo, várias causas especiais de variação, e tendo em conta que os vários processos produtivos não se encontram centrados, o que se reflete na variação da qualidade dos produtos finais, é importante averiguar possíveis causas para este acontecimento.

Um dos fatores que certamente influenciará a qualidade dos produtos é o desgaste do equipamento de produção, que acrescido do facto de não haver implementado um programa de manutenções preventivas, poderá levar a uma falta de rigor na produção realizada. Por outro lado, é necessário ter em conta que se trata de uma empresa com poucos trabalhadores, sobre os quais recai um elevado volume de trabalho, levando ao seu desgaste físico e psicológico e a eventuais erros na produção.

É necessário tomar ações de melhoria sobre os fatores acima mencionados, sendo estas determinantes para que a SOPONTOS consiga atingir um nível de qualidade de excelência pretendido, de modo a poder destacar-se no mercado como uma parceira de sucesso que responde prontamente às necessidades dos seus clientes.

Sugere-se que haja uma maior preocupação com a manutenção dos equipamentos de produção, sendo necessário a elaboração de um plano de manutenção para as várias máquinas de modo a manter os equipamentos num estado pré-definido, garantindo a sua afinação, para que estes produzam com o máximo rigor possível.

De modo a reduzir a fadiga dos operadores, sugere-se a implementação de pausas planeadas a meio da manhã e da tarde, de modo que se reduzam os erros humanos na produção.

Por último, após o estudo realizado, é necessário abordar, em relação às técnicas utilizadas, quais as que se mostraram mais eficazes para o estudo dos processos em causa.

Apesar do estudo multivariado permitir, de uma forma mais rápida, controlar as várias características da qualidade de um dado produto e apresentar bons resultados, tendo em conta que a empresa SOPONTOS, em termos de controlo de qualidade, até ao momento, apenas verifica se os valores de determinadas características pertencem ao intervalo de especificação pretendido pelo cliente, seria vantajoso implementar inicialmente o Estudo Univariado. Assim, até que haja uma maior estabilidade dos processos na fase de monitorização, será proveitoso implementar o SPC já que este apresenta maior sensibilidade para a deteção de causas especiais de variação. Mais tarde, quando os processos apresentarem uma maior estabilidade, o MSPC permitirá de uma forma mais expedita controlar as várias características da qualidade em simultâneo.

5.4. Sugestões para trabalhos futuros

Após todo o trabalho realizado, surgem ainda oportunidades para investigações futuras que poderão servir de complemento à presente dissertação e que poderão trazer benefícios significativos para a empresa SOPONTOS.

Tendo em conta que os trabalhos realizados assentaram apenas numa parte da produção, sugere-se a extensão da implementação das técnicas do SPC aos restantes produtos da empresa, de modo a que haja um controlo mais detalhado da qualidade da totalidade da produção realizada.

Por outro lado, seria também proveitoso continuar a implementar o estudo univariado de modo a haver uma maior estabilidade dos processos na fase de monitorização e, caso seja necessário, adicionar outras características da qualidade ao controlo estatístico realizado.

Uma outra ferramenta que certamente traria mais-valias à empresa, seria o Desenho de Experiências. Esta ferramenta permitirá averiguar que fatores influenciam de forma significativa os processos, e permitirá também determinar quais os melhores níveis desses fatores para que o processo se comporte o mais próximo possível do desejável.

Por último, quando se verificar uma maior estabilidade dos processos, sugere-se a implementação de cartas especiais de controlo para controlo da média, como a carta das somas acumuladas (CUSUM) ou a carta das médias exponencialmente amortecidas (EWMA). Estas cartas têm uma maior sensibilidade para a deteção de padrões não aleatórios sem aumentar o número de falsos alarmes, o que seria vantajoso para a empresa SOPONTOS.

6. Referências Bibliográficas

- Alt, F. B. (1985). Multivariate Quality Control, in *Encyclopedia of Statistical Sciences*, Vol. 6, pp. 110–122, editado por S. Kotz e N. L. Johnson, Wiley, New York.
- Bersimis, S., Psarakis, S., e Panaretis, J. (2006). Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview, *Quality and Reliability Engineering International*, Vol.23, pp.517-543.
- Box, G. E. P. e Cox, D. R. (1964). An Analysis of Transformations, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 26, pp. 211-285.
- Braverman, J. D. (1981). *Fundamentals of Statistical Quality Control*, Prentice Hall, New Jersey.
- Clements, J. A. (1989). Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions, *Quality Progress*, Vol. 22, pp. 95–100.
- Direção-Geral das Atividades Económicas. (2019). *Competitividade*. Disponível em: <https://www.dgae.gov.pt/servicos/politica-empresarial/competitividade.aspx>
- Mateus, Cátia (2015). *Soldadura emprega 30 mil. Expresso*. Disponível em: <http://expressoemprego.pt/noticias/soldadura-emprega-30-mil/3273>
- Gomes, P. J. P. (2004). *A evolução do conceito de qualidade : serviços de informação. Cadernos BAD, 2004*, 6–18.
- Hsiang, T. C., & Taguchi, G. (1985). Tutorial on Quality Control and Assurance – The Taguchi Methods, Joint Meetings of the American Statistical Association, pp. 188.
- Juran, J. M. (1999). *Juran's Quality Control Handbook*, 5ª edição, McGraw-Hill, N. Y.
- Kane, V. E. (1986). Process Capability Indices, *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, pp. 41–52.
- Kotz, S., e Johnson, N. L. (1993). *Process Capability Indices*, Chapman & Hall, London.
- Mast, J. de. (2008). *A History of Industrial Statistics and Quality and Efficiency Improvement*. In S. Coleman, T. Greenfield, D. Stewardson, & D. C. Montgomery (Eds.), *Statistical Practice in Business and Industry*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd.
- Montgomery, D., & Runger, G. C. (2013). *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 6ª edição, New York, John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons Inc.
- Murphy, B. J. (1987). Selecting out of control variables with the T^2 multivariate quality control, *The Statistician*, Vol. 36, pp.571-583.

- Pearn, W., Kotz, S., & Jonhson, N. L. (1992). Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices. *Journal of Quality Engineering*, Vol 24, pp. 216–231.
- Pereira, Z. L., & Requeijo, J. G. (2012). *Planeamento e Controlo Estatístico de Processos - Qualidade* (2ª Edição). FFCT - Fundação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Portugal.
- Quesenberry, C. P. (1991). SPC Q Charts for Start-Up Processes and Short or Long Runs. *Journal of Quality Technology*, pp. 213–224.
- Quesenberry, C. P. (1995). On Properties of Q Charts for Variables. *Journal of Quality Technology*, 27, 184–203.
- Quesenberry, C. P. (1997). *SPC Methods for Quality Improvement*. New York, USA: John Wiley & Sons, Ltd.
- Requeijo, J. G. (2004). *Técnicas Avançadas do Controlo Estatístico do Processo*, Tese de Douturamento, Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Shahriari, H., Hubele, F. N., & Lawrence, F. P. (1995). A Multivariate Process Capability Vector. In Institute of Industrial Engineers (Ed.), *In Proceeding of the 4th Engineering Research Conference*, pp. 304–308.
- Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. New York, USA: D. Van Nostrand Company, Inc.
- Taam, W., Subbaiah, P., e Liddy, J. W. (1993). A Note on Multivariate Capability Indices, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 20, pp. 339-351.
- Eurostat (2017). *Manufacturing statistics - NACE Rev. 2*. Disponível em: https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Manufacturing_statistics_-_NACE_Rev._2
- WesternElectric. (1956). *Statistical Quality Control Handbook*, Western Electric Corporation, Indianapolis.
- Wheeler, D. J. (1992). *“Short Run SPC.”*, T. S. P. Knoxville, Ed..

Anexos

Anexo A - Tabela das Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis

Tabela A.1- Constantes para Construção de cartas de controle de variáveis (Retirado de (Pereira & Requeijo, 2012))

Dimensão Amostra	Carta da Média			Carta do Desvio Padrão			Carta da Amplitude			
	Factores Limites Controlo			Factores Linha Central			Factores para Limites de Controlo			
	A	A ₂	A ₃	d ₂	c ₄	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	d ₃ D ₁ D ₂ D ₃ D ₄
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853 0 3,686 0 3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888 0 4,358 0 2,574
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880 0 4,698 0 2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864 0 4,918 0 2,114
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848 0 5,078 0 2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833 0,204 5,204 0,076 1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820 0,388 5,306 0,136 1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808 0,547 5,393 0,184 1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797 0,687 5,469 0,223 1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787 0,811 5,535 0,256 1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778 0,922 5,594 0,283 1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770 1,025 5,647 0,307 1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763 1,118 5,696 0,328 1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756 1,203 5,741 0,347 1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750 1,282 5,782 0,363 1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744 1,356 5,820 0,378 1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739 1,424 5,856 0,391 1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734 1,487 5,891 0,403 1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729 1,549 5,921 0,415 1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724 1,605 5,951 0,425 1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720 1,659 5,979 0,434 1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716 1,710 6,006 0,443 1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712 1,759 6,031 0,451 1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708 1,806 6,056 0,459 1,541

Para $n > 25$

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 = \frac{4(n-1)}{4n-3} \quad B_3 = 1 - \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_4 = 1 + \frac{3\sqrt{1-c_4^2}}{c_4} \quad B_5 = c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2} \quad B_6 = c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2}$$

Anexo B: Tabela do Teste de Kolmogorov-Smirnov

Valores críticos da distribuição da estatística $D = \sup_x \text{remo} |S(x) - F_0(x)|$ para populações Normais e parâmetros estimados a partir de amostras de dimensão n .

Tabela B.1- Distribuição Estatística D -Kolmogorv-Smirnov, (Retirado de (Pereira & Requeijo, 2012))

n	α					n	α				
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01		0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
1	0,9000	0,9500	0,9750	0,9900	0,9950	21	0,2262	0,2586	0,2872	0,3210	0,3443
2	0,6838	0,7764	0,8419	0,9000	0,9293	22	0,2212	0,2528	0,2809	0,3139	0,3367
3	0,5648	0,6360	0,7076	0,7846	0,8290	23	0,2165	0,2475	0,2750	0,3073	0,3295
4	0,4927	0,5652	0,6239	0,6889	0,7342	24	0,2121	0,2424	0,2693	0,3010	0,3229
5	0,4470	0,5095	0,5633	0,6272	0,6685	25	0,2079	0,2377	0,2640	0,2952	0,3166
6	0,4104	0,4680	0,5193	0,5774	0,6166	26	0,2040	0,2332	0,2591	0,2896	0,3106
7	0,3815	0,4361	0,4834	0,5384	0,5758	27	0,2003	0,2290	0,2544	0,2844	0,3050
8	0,3583	0,4096	0,4543	0,5065	0,5418	28	0,1968	0,2250	0,2499	0,2794	0,2997
9	0,3391	0,3875	0,4300	0,4796	0,5133	29	0,1935	0,2212	0,2457	0,2747	0,2947
10	0,3226	0,3687	0,4093	0,4566	0,4889	30	0,1903	0,2176	0,2417	0,2702	0,2899
11	0,3083	0,3524	0,3912	0,4367	0,4677	31	0,1873	0,2141	0,2379	0,2660	0,2853
12	0,2958	0,3382	0,3754	0,4192	0,4491	32	0,1845	0,2109	0,2342	0,2619	0,2801
13	0,2847	0,3255	0,3614	0,4036	0,4325	33	0,1817	0,2077	0,2308	0,2580	0,2768
14	0,2748	0,3142	0,3489	0,3897	0,4176	34	0,1791	0,2047	0,2274	0,2543	0,2728
15	0,2659	0,3040	0,3376	0,3771	0,4042	35	0,1766	0,2019	0,2243	0,2507	0,2690
16	0,2578	0,2947	0,3273	0,3657	0,3920	36	0,1742	0,1991	0,2212	0,2473	0,2653
17	0,2504	0,2863	0,3180	0,3553	0,3809	37	0,1719	0,1965	0,2183	0,2440	0,2618
18	0,2436	0,2785	0,3094	0,3457	0,3706	38	0,1697	0,1939	0,2154	0,2409	0,2584
19	0,2374	0,2714	0,3014	0,3369	0,3612	39	0,1675	0,1915	0,2127	0,2379	0,2552
20	0,2316	0,2647	0,2941	0,3287	0,3524	40	0,1655	0,1891	0,2101	0,2349	0,2521

Para $n > 40$ os valores críticos de D são determinados aproximadamente por

α				
0,20	0,10	0,05	0,02	0,01
$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,36/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$

Anexo C: Estudo Univariado Fase I- Cartas dos produtos K, Y e R6.

Produto K

Caraterística X2

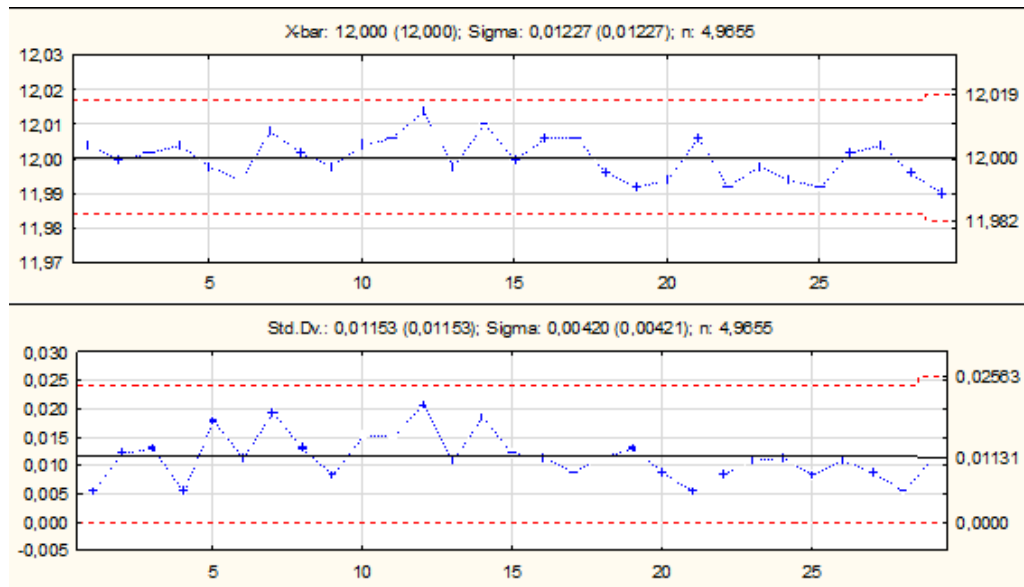


Figura C.1- Carta de Controlo \bar{X} e S para a caraterística X2 do produto K

Caraterística X3

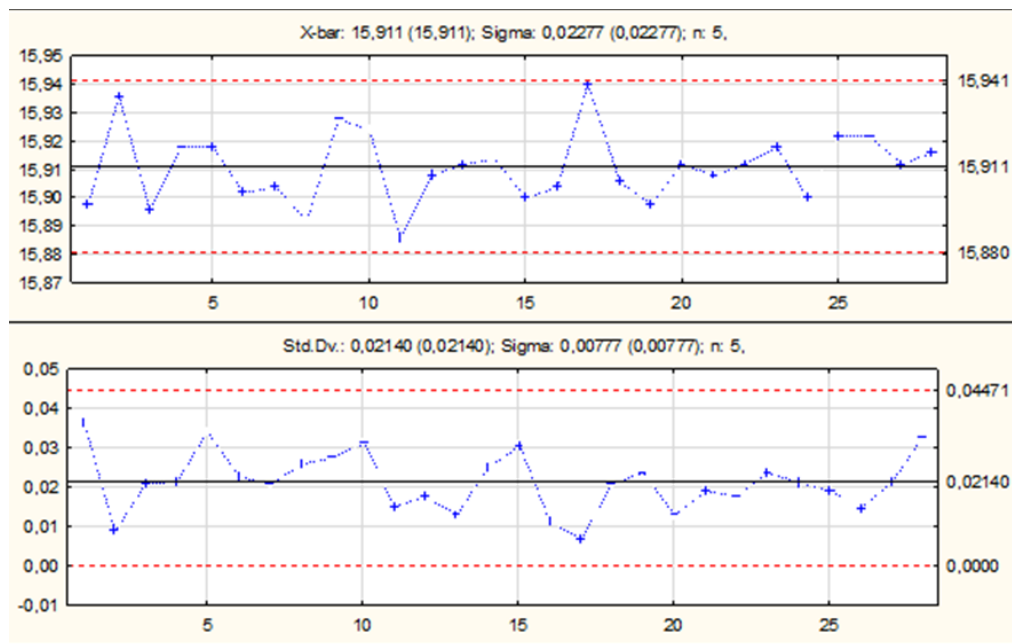


Figura C.2- Carta de Controlo \bar{X} e S para a caraterística X3 do produto K

Produto Y

Caraterística X1

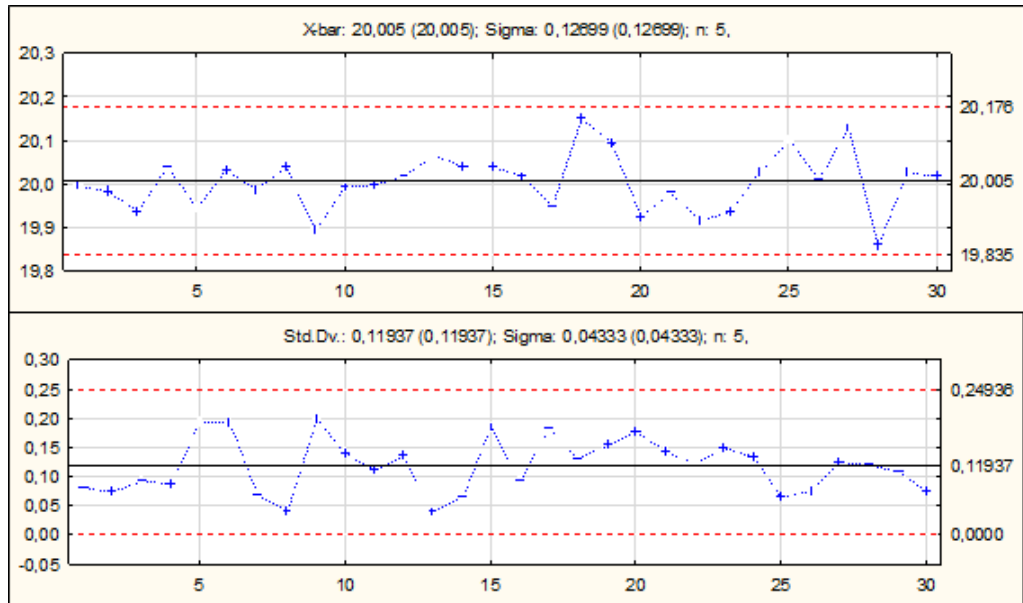


Figura C.3- Carta de Controlo \bar{X} e S para a caraterística X1 do produto Y

Caraterística X2

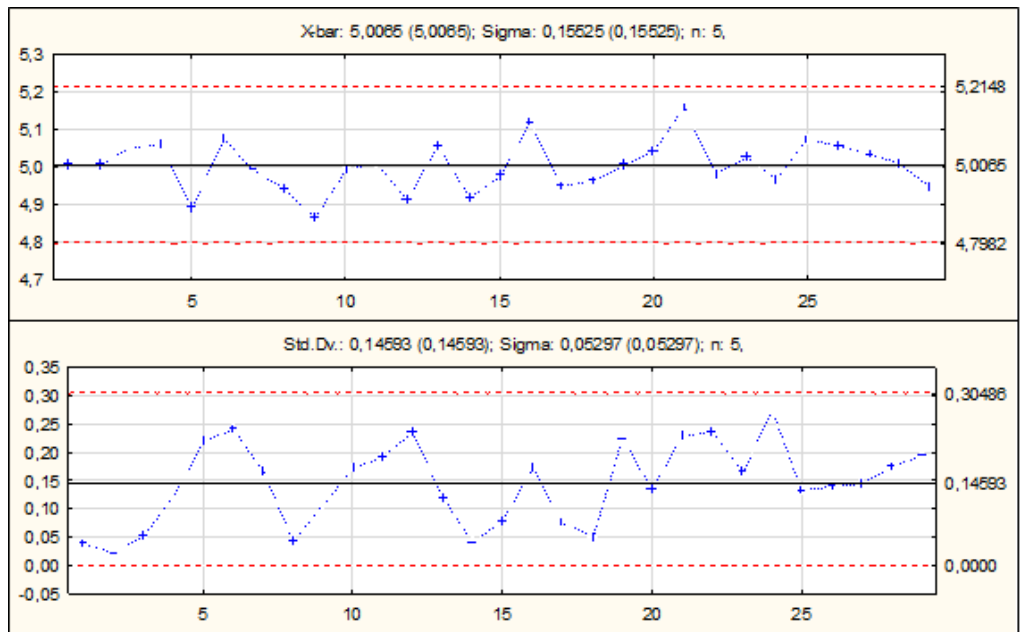


Figura C.4- Carta de Controlo \bar{X} e S para a caraterística X2 do produto Y

Caraterística X3

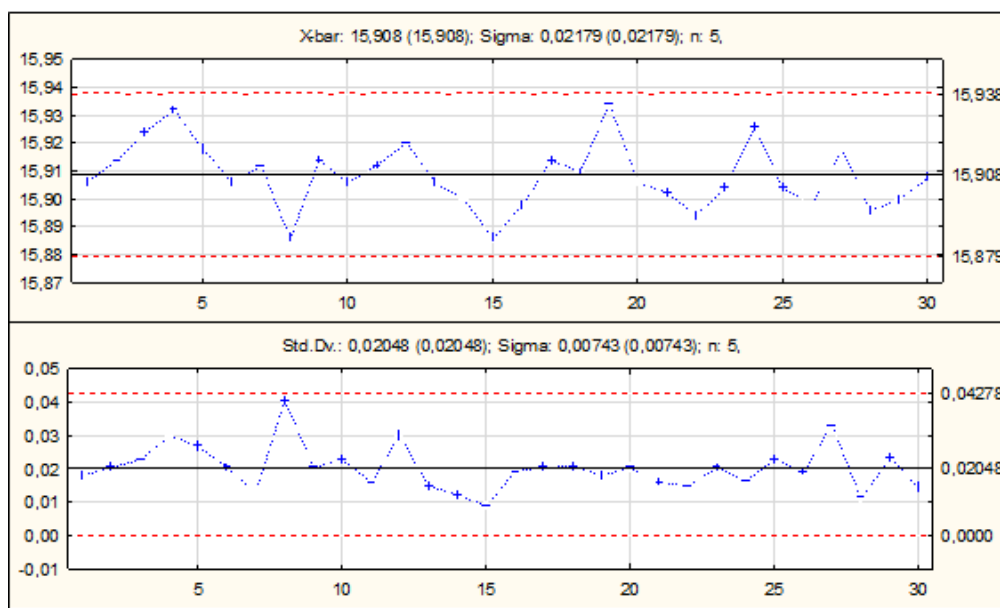


Figura C.5- Carta de Controlo \bar{X} e S para a caraterística X3 do produto Y

Produto R6

Caraterística X1

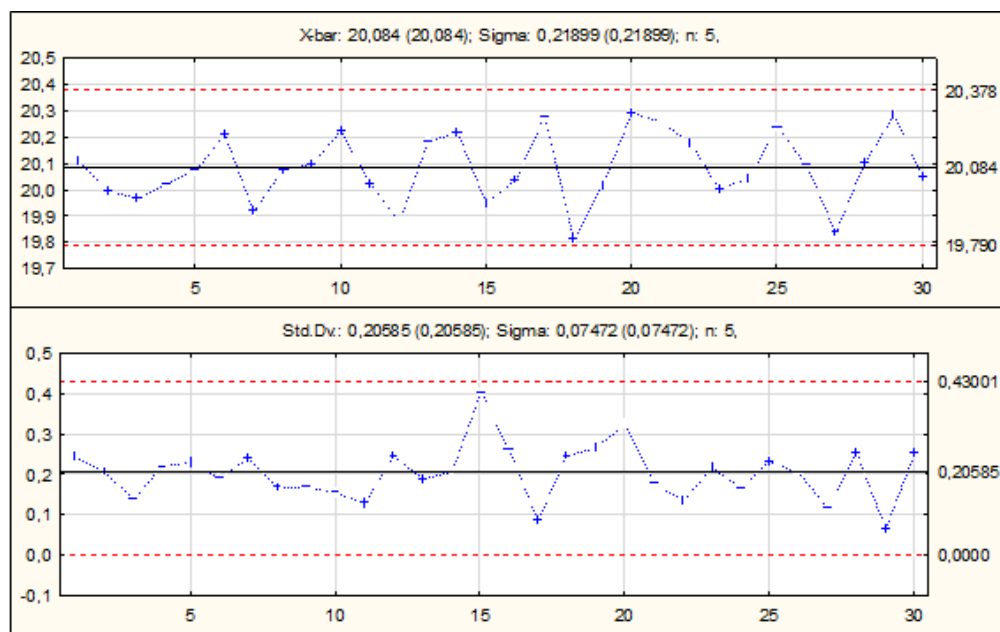


Figura C.6- Carta de Controlo \bar{X} e S para a caraterística X1 do produto R6

Caraterística X2

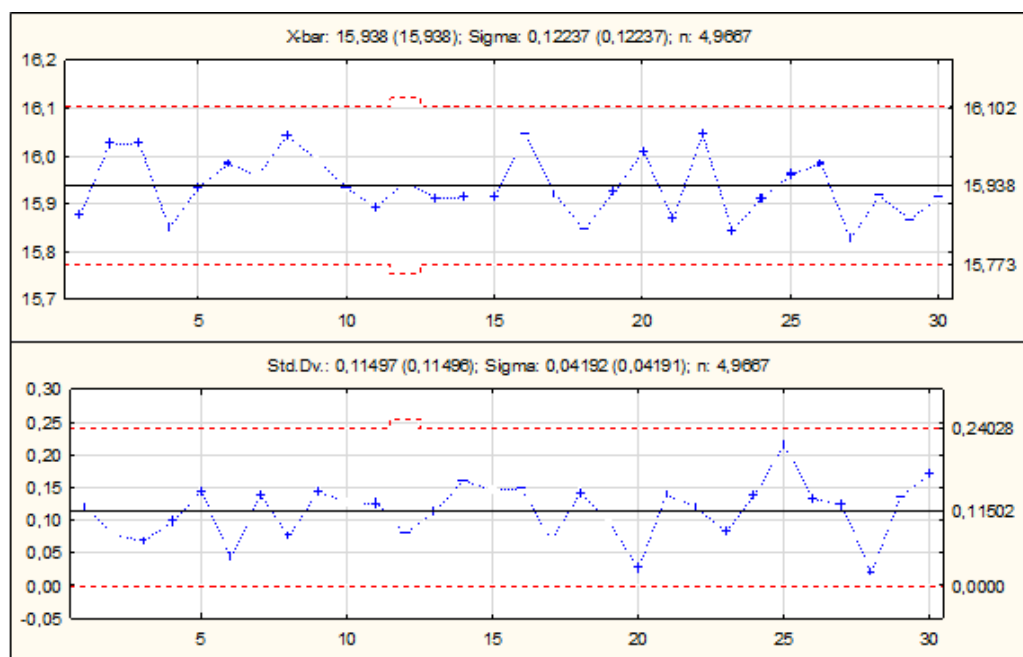


Figura C.7- Carta de Controle \bar{X} e S para a caraterística X2 do produto R6

Caraterística X3

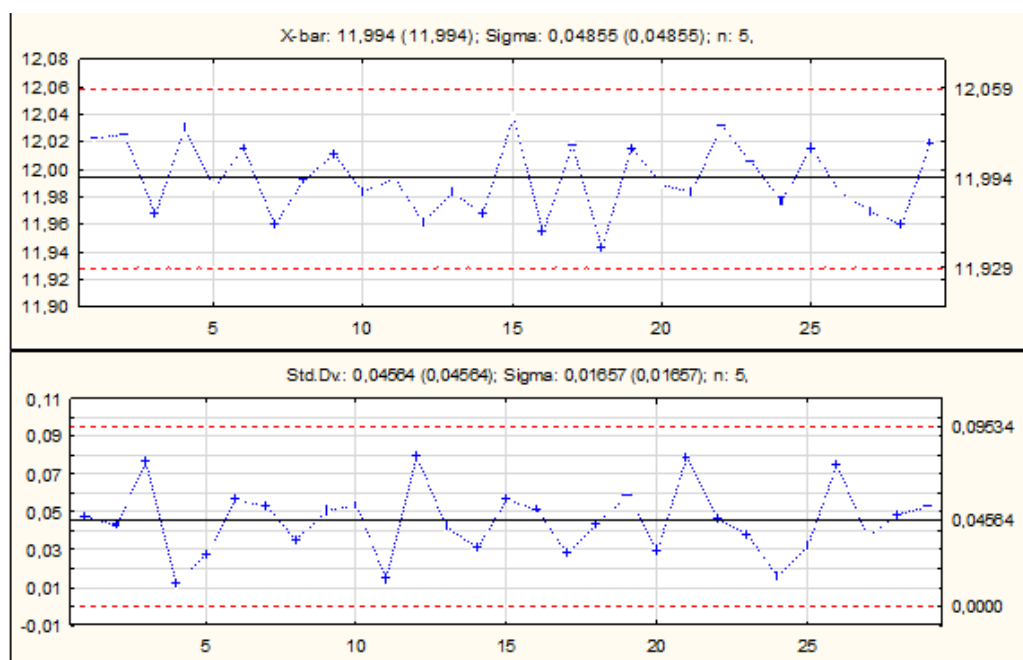


Figura C.8- Carta de Controle \bar{X} e S para a caraterística X3 do produto R6

Anexo D: Teste de Kolmogorov-Smirnov dos produtos K, Y e R6.

Produto K

Caraterística X2

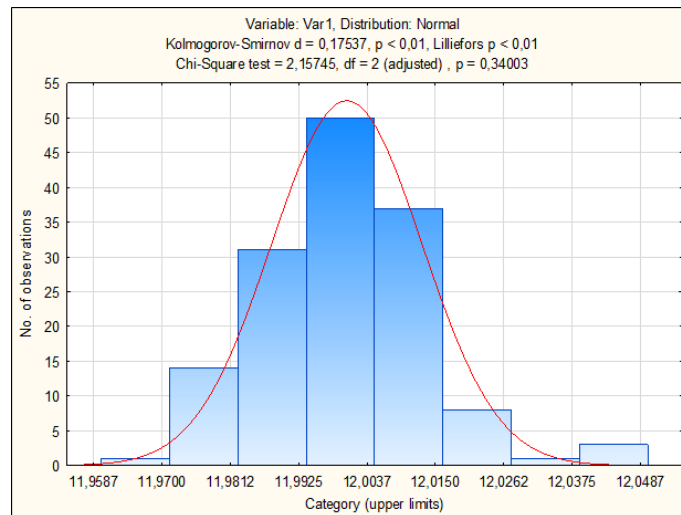


Figura D.1- Verificação da Normalidade da Caraterística X2 do Produto K

Caraterística X3

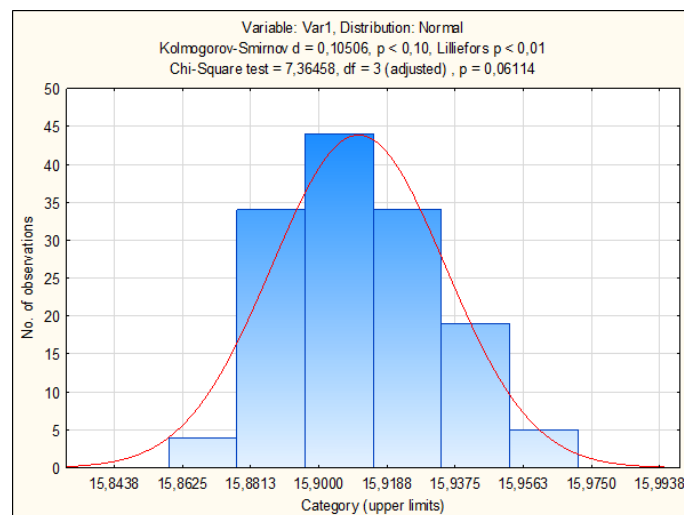


Figura D.2- Verificação da Normalidade da Caraterística X3 do Produto K

Produto Y

Caraterística X1

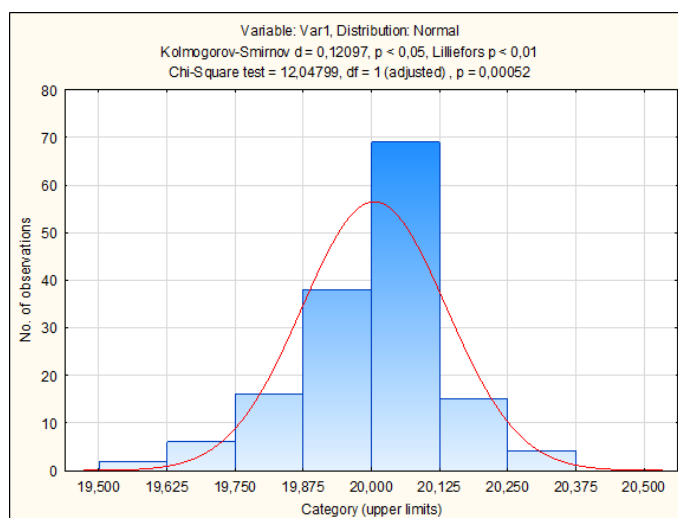


Figura D.3- Verificação da Normalidade da Caraterística X1 do Produto Y

Caraterística X2

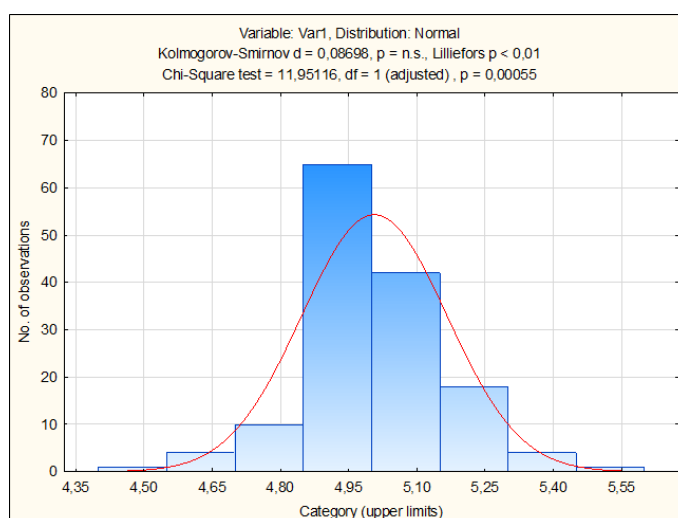


Figura D.4- Verificação da Normalidade da Caraterística X2 do Produto Y

Caraterística X3

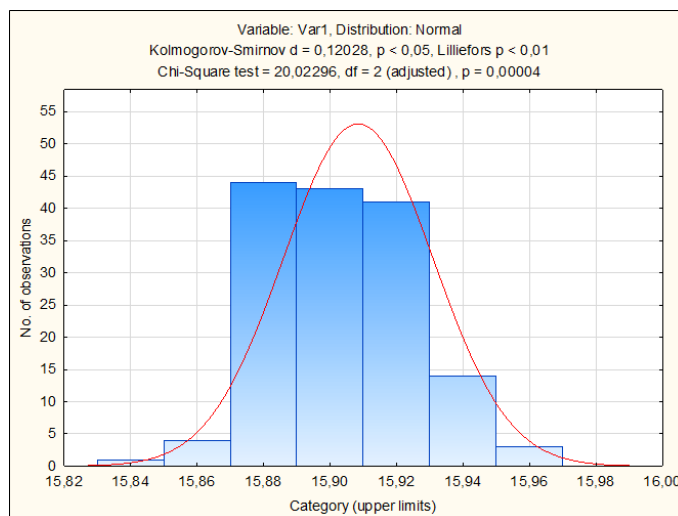


Figura D.5- Verificação da Normalidade da Caraterística X3 do Produto Y

Produto R6

Caraterística X1

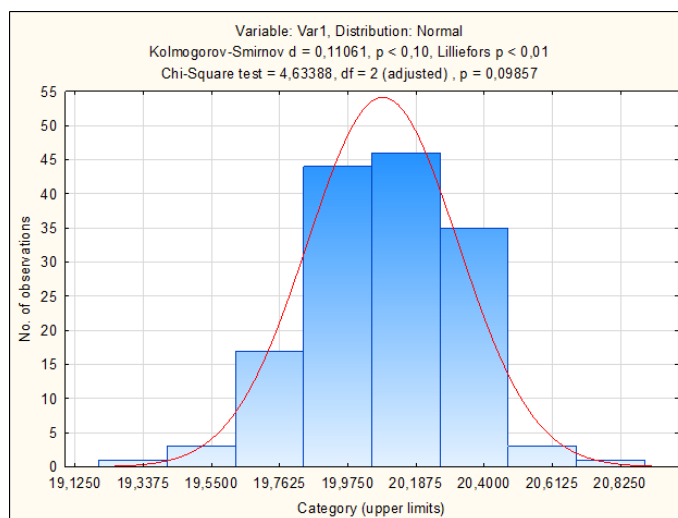


Figura D.6- Verificação da Normalidade da Caraterística X1 do Produto R6

Caraterística X2

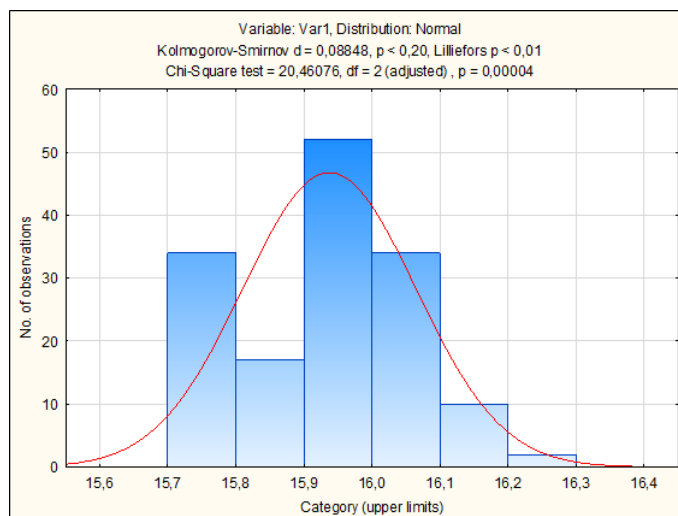


Figura D.7- Verificação da Normalidade da Caraterística X2 do Produto R6

Caraterística X3

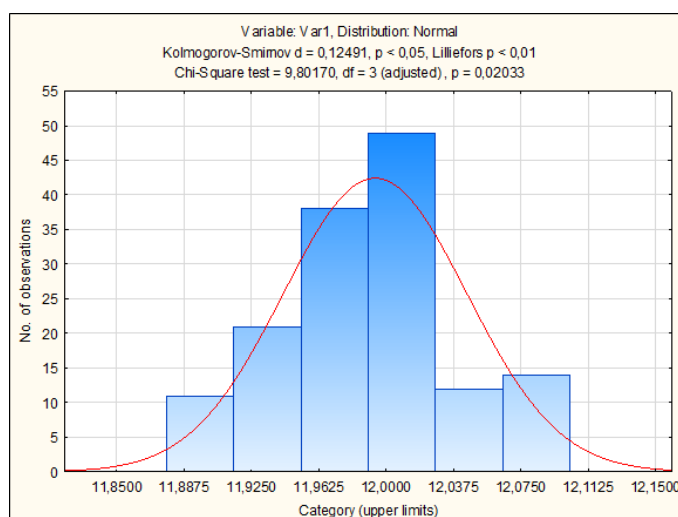


Figura D.8- Verificação da Normalidade da Caraterística X3 do Produto R6

Anexo E: Índices de Capacidade relativos à Fase 1 para dados Não-Normais dos produtos K, Y e R6

Produto K

Caraterística X2

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=11,9661 +3,000 *Sigma=12,0347		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	11,80000		
Nominal Specification	12,00000		
Upper Specification Limit	12,20000		
Lower Perc. Value: ,135	11,96613	11,96778	11,96829
Median (50%) Value: 50,000	12,00041	11,99968	11,99972
Upper Perc. Value: 99,865	12,03470	12,04568	12,04562
CP (potential capability)	5,83285	5,13519	5,17271
CR (capability ratio)	0,17144	0,19473	0,19332
CPK (demonstrated excellence)	5,82078	4,35545	4,36377
CPL (CP, lower)	5,84491	6,25932	6,35390
CPU (CP, upper)	5,82078	4,35545	4,36377
K (non-centering correction)	0,00207	0,00158	0,00141

Figura E.1- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto K

Caraterística X3

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=15,8426 +3,000 *Sigma=15,9792		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	15,89000		
Nominal Specification	16,00000		
Upper Specification Limit	16,11000		
Lower Perc. Value: ,135	15,84261	15,86114	15,86220
Median (50%) Value: 50,000	15,91093	15,90972	15,90977
Upper Perc. Value: 99,865	15,97924	15,97266	15,97271
CP (potential capability)	1,61021	1,97281	1,99076
CR (capability ratio)	0,62104	0,50689	0,50232
CPK (demonstrated excellence)	0,30636	0,40601	0,41561
CPL (CP, lower)	0,30636	0,40601	0,41561
CPU (CP, upper)	2,91405	3,18219	3,18166
K (non-centering correction)	0,80974	0,82069	0,82023

Figura E.2- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X3 do Produto K

Produto Y

Caraterística X1

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=19,6242 +3,000 *Sigma=20,3862		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	19,50000		
Nominal Specification	20,00000		
Upper Specification Limit	20,50000		
Lower Perc. Value: ,135	19,62424	19,51702	19,51710
Median (50%) Value: 50,000	20,00520	20,01678	20,01678
Upper Perc. Value: 99,865	20,38616	20,30377	20,30257
CP (potential capability)	1,31247	1,27105	1,27313
CR (capability ratio)	0,76192	0,78675	0,78547
CPK (demonstrated excellence)	1,29882	1,03405	1,03423
CPL (CP, lower)	1,32612	1,03405	1,03423
CPU (CP, upper)	1,29882	1,68376	1,69082
K (non-centering correction)	0,01040	0,03356	0,03355

Figura E.3- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X1 do Produto Y

Caraterística X2

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=4,54073 +3,000 *Sigma=5,47224		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	4,500000		
Nominal Specification	5,000000		
Upper Specification Limit	5,500000		
Lower Perc. Value: ,135	4,540729	4,537751	4,544612
Median (50%) Value: 50,000	5,006483	5,000198	5,000518
Upper Perc. Value: 99,865	5,472237	5,582930	5,582564
CP (potential capability)	1,073528	0,956773	0,963436
CR (capability ratio)	0,931508	1,045180	1,037952
CPK (demonstrated excellence)	1,059609	0,857687	0,858149
CPL (CP, lower)	1,087447	1,081632	1,097853
CPU (CP, upper)	1,059609	0,857687	0,858149
K (non-centering correction)	0,012966	0,000396	0,001037

Figura E.4- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto Y

Caraterística X3

Variable: Var1 (Spreadsheet1)			
-3,000 *Sigma=15,8431			
+3,000 *Sigma=15,9738			
Capability Index	Normal	Non-Nrml	Pearson
Within-sample sigma=S-bar/c4	Distrib.	Distrib.	Curves
Lower Specification Limit	15,89000		
Nominal Specification	16,00000		
Upper Specification Limit	16,11000		
Lower Perc. Value: ,135	15,84311	15,85473	15,85520
Median (50%) Value: 50,000	15,90847	15,90785	15,90788
Upper Perc. Value: 99,865	15,97382	15,96947	15,96948
CP (potential capability)	1,68306	1,91749	1,92511
CR (capability ratio)	0,59416	0,52152	0,51945
CPK (demonstrated excellence)	0,28255	0,33609	0,33937
CPL (CP, lower)	0,28255	0,33609	0,33937
CPU (CP, upper)	3,08357	3,28086	3,28126
K (non-centering correction)	0,83212	0,83770	0,83747

Figura E.5- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X3 do Produto Y

Produto R6

Caraterística X1

Variable: Var1 (Spreadsheet1)			
-3,000 *Sigma=19,4272			
+3,000 *Sigma=20,7412			
Capability Index	Normal	Non-Nrml	Pearson
Within-sample sigma=S-bar/c4	Distrib.	Distrib.	Curves
Lower Specification Limit	19,50000		
Nominal Specification	20,00000		
Upper Specification Limit	20,50000		
Lower Perc. Value: ,135	19,42723	19,40296	19,40071
Median (50%) Value: 50,000	20,08420	20,09656	20,09625
Upper Perc. Value: 99,865	20,74117	20,60563	20,60002
CP (potential capability)	0,76107	0,83148	0,83381
CR (capability ratio)	1,31394	1,20267	1,19932
CPK (demonstrated excellence)	0,63291	0,79250	0,80146
CPL (CP, lower)	0,88924	0,86009	0,85724
CPU (CP, upper)	0,63291	0,79250	0,80146
K (non-centering correction)	0,16840	0,19311	0,19250

Figura E.6- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X1 do Produto R6

Caraterística X2

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=15,5704 +3,000 *Sigma=16,3046		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	15,89000		
Nominal Specification	16,00000		
Upper Specification Limit	16,11000		
Lower Perc. Value: ,135	15,57042	15,60293	15,60325
Median (50%) Value: 50,000	15,93752	15,93989	15,93979
Upper Perc. Value: 99,865	16,30462	16,24425	16,24207
CP (potential capability)	0,29965	0,34304	0,34438
CR (capability ratio)	3,33727	2,91511	2,90377
CPK (demonstrated excellence)	0,12944	0,14807	0,14795
CPL (CP, lower)	0,12944	0,14807	0,14795
CPU (CP, upper)	0,46985	0,55891	0,56308
K (non-centering correction)	0,56803	0,54643	0,54736

Figura E.7- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto R6

Caraterística X3

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=11,8481 +3,000 *Sigma=12,1395		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	11,50000		
Nominal Specification	12,00000		
Upper Specification Limit	12,50000		
Lower Perc. Value: ,135	11,84813	11,85904	11,85879
Median (50%) Value: 50,000	11,99379	11,99220	11,99226
Upper Perc. Value: 99,865	12,13945	12,15429	12,15366
CP (potential capability)	3,43266	3,38690	3,39139
CR (capability ratio)	0,29132	0,29526	0,29486
CPK (demonstrated excellence)	3,39005	3,13277	3,14587
CPL (CP, lower)	3,39005	3,69625	3,68829
CPU (CP, upper)	3,47527	3,13277	3,14587
K (non-centering correction)	0,01241	0,01561	0,01548

Figura E.8- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X3 do Produto R6

Anexo F: Tabelas de apoio à construção das Cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S dos produtos K, Y e R6.

Produto K

Caraterística X1

Tabela F.1- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X1 do produto K

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ	22,763	22,763	22,763	22,763	22,763	22,763	22,763	22,763	22,763	22,763
desvio pad	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016
\bar{X}	22,772	22,764	22,774	22,77	22,764	22,772	22,746	22,782	22,76	22,768
S	0,022	0,018	0,017	0,019	0,022	0,008	0,023	0,020	0,014	0,023
W	1,441	1,208	1,113	1,244	1,457	0,556	1,531	1,363	0,940	1,516
Z	1,258	0,140	1,537	0,978	0,140	1,258	-2,376	2,655	-0,419	0,699
r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Caraterística X2

Tabela F.2- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X2 do produto K

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
desvio pad	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012	0,012
\bar{X}	11,994	12,002	12,008	11,996	12	12,004	12,004	11,992	11,996	12,006
S	0,009	0,011	0,008	0,005	0,012	0,011	0,005	0,015	0,011	0,009
W	0,793	0,971	0,742	0,486	1,086	1,011	0,486	1,315	1,011	0,793
Z	-1,118	0,373	1,491	-0,745	0,000	0,745	0,745	-1,491	-0,745	1,118
r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Caraterística X3

Tabela F.3- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X3 do produto K

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ	15,911	15,911	15,911	15,911	15,911	15,911	15,911	15,911	15,911	15,911
desvio pad	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023	0,023
\bar{X}	15,932	15,93	15,904	15,912	15,91	15,93	15,936	15,916	15,902	15,92
S	0,013	0,016	0,027	0,019	0,014	0,025	0,013	0,023	0,025	0,019
W	0,603	0,731	1,250	0,890	0,654	1,179	0,621	1,065	1,152	0,865
Z	2,042	1,847	-0,681	0,097	-0,097	1,847	2,431	0,486	-0,875	0,875
r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Produto Y

Caraterística X1

Tabela F.4- Tabela auxiliar para construção das cartas \bar{Z}_X e W_S da caraterística X1 do produto Y

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37
i	1	2	3	4	5	6	7
μ	20,005	20,005	20,005	20,005	20,005	20,005	20,005
desvio pad	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127
\bar{X}	19,900	19,996	20,002	20,060	19,974	19,972	19,988
S	0,127	0,155	0,147	0,146	0,139	0,081	0,152
W	1,065	1,297	1,227	1,221	1,163	0,679	1,273
Z	-1,849	-0,158	-0,053	0,968	-0,546	-0,581	-0,308
r	1	2	3	4	5	6	7
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0

Caraterística X2

Tabela F.5- Tabela auxiliar para construção das cartas \bar{Z}_X e W_S da caraterística X2 do produto Y

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37
i	1	2	3	4	5	6	7
μ	5,007	5,007	5,007	5,007	5,007	5,007	5,007
desvio pad	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155	0,155
\bar{X}	4,988	5,018	4,88	4,994	5,022	4,996	4,995
S	0,163	0,151	0,154	0,123	0,179	0,177	0,124
W	1,116	1,036	1,058	0,843	1,226	1,214	0,849
Z	-0,274	0,159	-1,832	-0,188	0,216	-0,159	-0,173
r	1	2	3	4	5	6	7
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0

Caraterística X3

Tabela F.6- Tabela auxiliar para construção das cartas \bar{Z}_X e W_S da caraterística X1 do produto Y

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37
i	1	2	3	4	5	6	7
μ	15,908	15,908	15,908	15,908	15,908	15,908	15,908
desvio pad	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022	0,022
\bar{X}	15,908	15,910	15,914	15,904	15,912	15,904	15,918
S	0,008	0,025	0,026	0,030	0,030	0,005	0,021
W	0,405	1,233	1,261	1,475	1,467	0,265	0,997
Z	0,000	0,203	0,610	-0,407	0,407	-0,407	0,966
r	1	2	3	4	5	6	7
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0

Produto R6

Caraterística X1

Tabela F.7- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X1 do produto R6

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ	20,084	20,084	20,084	20,084	20,084	20,084	20,084	20,084	20,084	20,084
desvio pad	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219
\bar{X}	20,08	20,02	19,864	20,164	19,922	20,204	20,172	20,262	19,968	20,008
S	0,198	0,209	0,104	0,133	0,215	0,329	0,174	0,263	0,173	0,209
W	0,962	1,014	0,506	0,648	1,045	1,596	0,844	1,278	0,839	1,017
Z	-0,041	-0,653	-2,246	0,817	-1,654	1,225	0,899	1,817	-1,184	-0,776
r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Caraterística X2

Tabela F.8- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X2 do produto R6

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ	15,938	15,938	15,938	15,938	15,938	15,938	15,938	15,938	15,938	15,938
desvio pad	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122	0,122
\bar{X}	15,980	16,012	16,056	15,978	16,042	15,940	15,970	15,938	15,944	15,980
S	0,063	0,115	0,067	0,120	0,145	0,066	0,091	0,064	0,062	0,041
W	0,548	1,004	0,587	1,049	1,263	0,578	0,790	0,560	0,540	0,354
Z	0,770	1,356	2,163	0,733	1,906	0,037	0,587	0,000	0,110	0,770
r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Caraterística X3

Tabela F.9- Tabela auxiliar para construção das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S da caraterística X3

do produto R6

Amostra real	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ	11,994	11,994	11,994	11,994	11,994	11,994	11,994	11,994	11,994	11,994
desvio pad	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049	0,049
\bar{X}	11,978	12,018	12,02	12,01	11,974	11,992	12,024	11,944	11,958	11,996
S	0,055	0,043	0,046	0,046	0,043	0,073	0,040	0,043	0,029	0,049
W	1,193	0,939	0,995	1,007	0,941	1,576	0,863	0,929	0,640	1,070
Z	-0,730	1,095	1,186	0,730	-0,913	-0,091	1,369	-2,282	-1,643	0,091
r	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
LSC _Z	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
LC _Z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LIC _Z	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
LSC _W	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089	2,089
LC _W	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
LIC _W	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Anexo G: Cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S dos produtos Y e R6

Produto Y

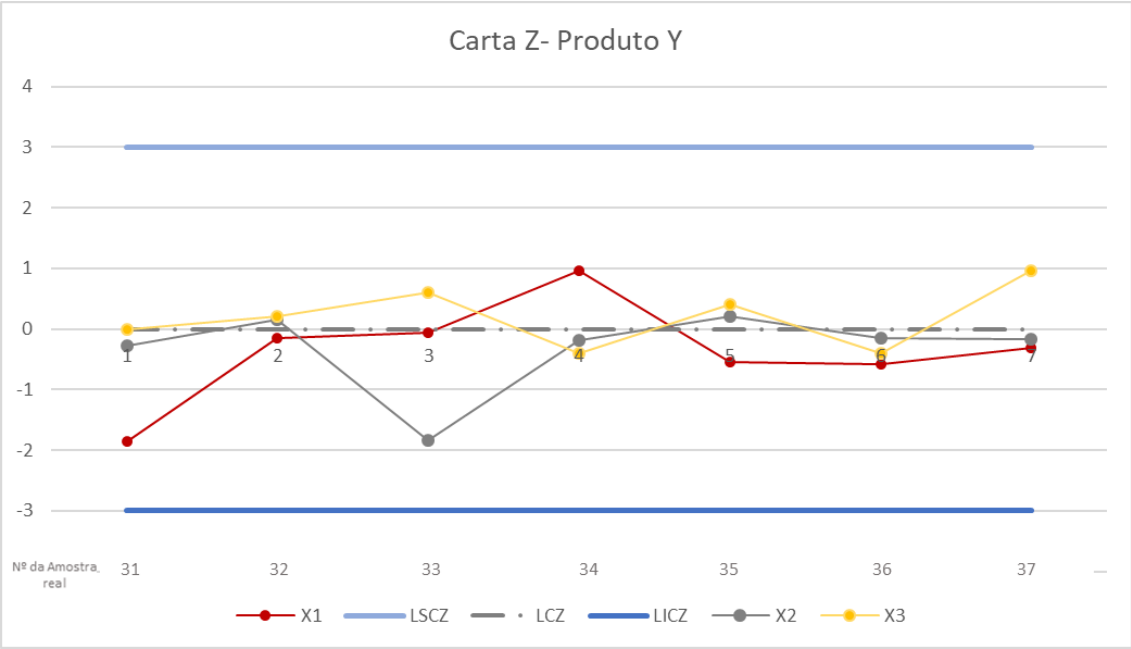


Figura G.1- Carta $Z_{\bar{X}}$ das caraterísticas X1, X2 e X3 relativas ao produto Y

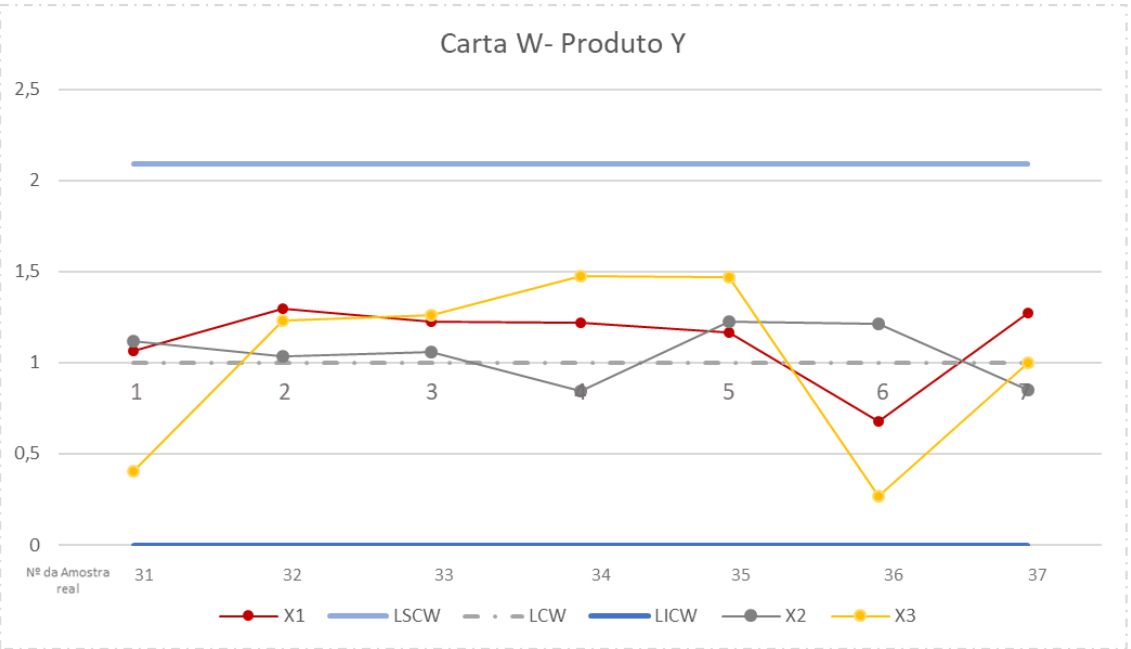


Figura G.2- Carta W_S das caraterísticas X1, X2 e X3 relativas ao produto Y

Produto R6

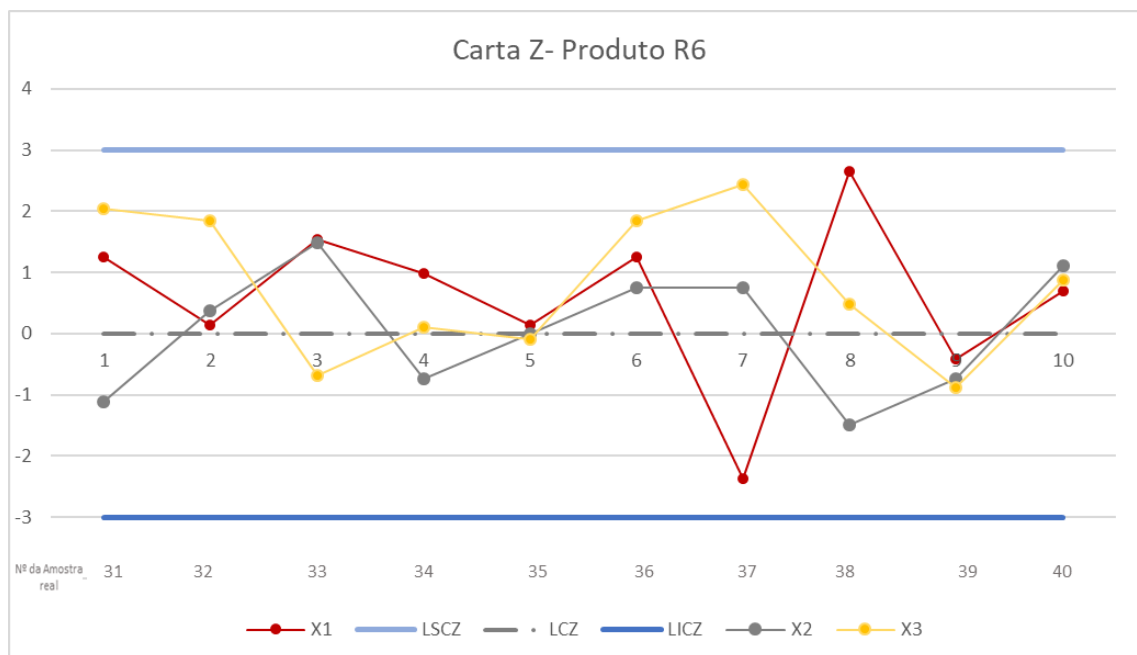


Figura G.3- Carta $Z_{\bar{x}}$ das caraterísticas X1, X2 e X3 relativas ao produto R6

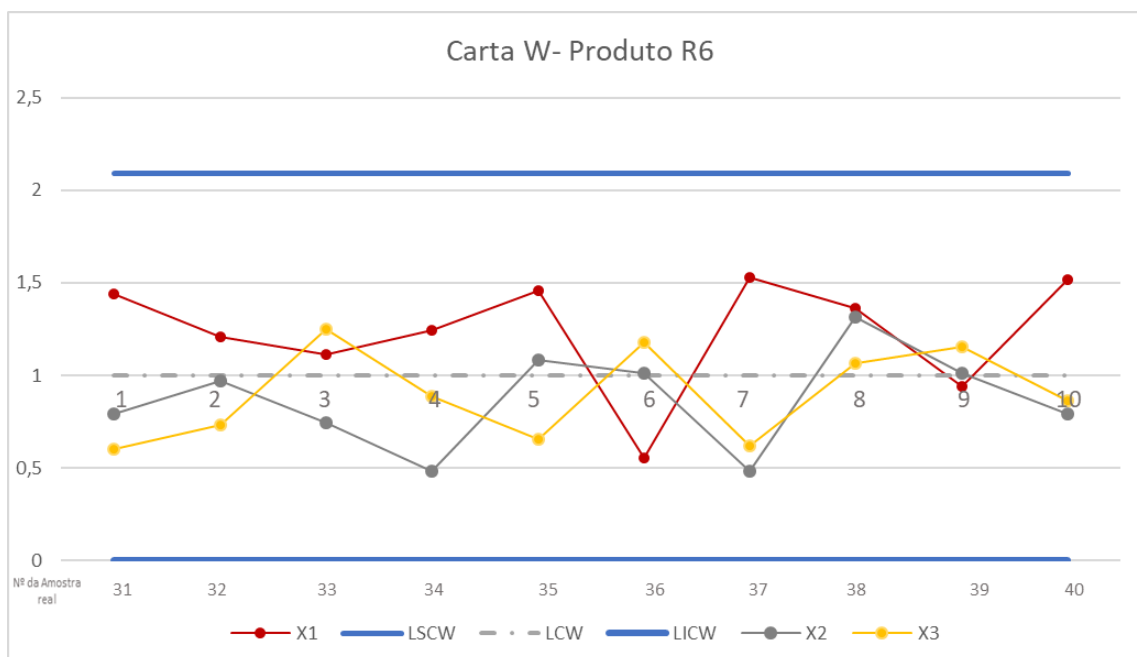


Figura G.4- Carta W_s das caraterísticas X1, X2 e X3 relativas ao produto R6

Anexo H: Índices de capacidade dos produtos K, Y e R6 relativos ao final da Fase 2

Produto K

Caraterística X2 com $\mu_p = 12,000$ e $\sigma_p = 0,011$

	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=11,9668 +3,000 *Sigma=12,0339		
Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	11,80000		
Nominal Specification	12,00000		
Upper Specification Limit	12,20000		
Lower Perc. Value: ,135	11,96684	11,96642	11,96713
Median (50%) Value: 50,000	12,00036	11,99982	11,99985
Upper Perc. Value: 99,865	12,03388	12,04377	12,04372
CP (potential capability)	5,96654	5,17159	5,22246
CR (capability ratio)	0,16760	0,19336	0,19148
CPK (demonstrated excellence)	5,95583	4,55471	4,56155
CPL (CP, lower)	5,97725	5,98347	6,10892
CPU (CP, upper)	5,95583	4,55471	4,56155
K (non-centering correction)	0,00179	0,00092	0,00077

Figura H.1- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto K (Fase 2)

Caraterística X3 com $\mu_p = 15,913$ e $\sigma_p = 0,022$

	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=15,8464 +3,000 *Sigma=15,9798		
Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	15,89000		
Nominal Specification	16,00000		
Upper Specification Limit	16,11000		
Lower Perc. Value: ,135	15,84641	15,86009	15,86067
Median (50%) Value: 50,000	15,91311	15,91279	15,91280
Upper Perc. Value: 99,865	15,97980	15,96933	15,96904
CP (potential capability)	1,64926	2,01393	2,03004
CR (capability ratio)	0,60633	0,49654	0,49260
CPK (demonstrated excellence)	0,34642	0,43239	0,43734
CPL (CP, lower)	0,34642	0,43239	0,43734
CPU (CP, upper)	2,95210	3,48814	3,50638
K (non-centering correction)	0,78995	0,79284	0,79274

Figura H.2- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X3 do Produto K (Fase 2)

Produto Y

Caraterística X1 com $\mu_p = 20,002$ e $\sigma_p = 0,130$

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=19,6128 +3,000 *Sigma=20,3909		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	19,50000		
Nominal Specification	20,00000		
Upper Specification Limit	20,50000		
Lower Perc. Value: ,135	19,61280	19,53177	19,53131
Median (50%) Value: 50,000	20,00184	20,01420	20,01411
Upper Perc. Value: 99,865	20,39087	20,29131	20,28747
CP (potential capability)	1,28523	1,31658	1,32248
CR (capability ratio)	0,77807	0,75954	0,75615
CPK (demonstrated excellence)	1,28050	1,06585	1,06486
CPL (CP, lower)	1,28995	1,06585	1,06486
CPU (CP, upper)	1,28050	1,75310	1,77749
K (non-centering correction)	0,00368	0,02840	0,02822

Figura H.3- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X1 do Produto Y (Fase 2)

Caraterística X2 com $\mu_p = 5,001$ e $\sigma_p = 0,156$

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=4,53409 +3,000 *Sigma=5,46769		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	4,500000		
Nominal Specification	5,000000		
Upper Specification Limit	5,500000		
Lower Perc. Value: ,135	4,534089	4,538513	4,543135
Median (50%) Value: 50,000	5,000889	4,995200	4,995448
Upper Perc. Value: 99,865	5,467689	5,559217	5,558636
CP (potential capability)	1,071122	0,979716	0,984736
CR (capability ratio)	0,933601	1,020704	1,015501
CPK (demonstrated excellence)	1,069217	0,895008	0,895885
CPL (CP, lower)	1,073026	1,084332	1,095366
CPU (CP, upper)	1,069217	0,895008	0,895885
K (non-centering correction)	0,001778	0,009600	0,009104

Figura H.4- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto Y (Fase 2)

Caraterística X3 com $\mu_p = 15,909$ e $\sigma_p = 0,022$

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=15,8435 +3,000 *Sigma=15,9741		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	15,89000		
Nominal Specification	16,00000		
Upper Specification Limit	16,11000		
Lower Perc. Value: ,135	15,84348	15,85502	15,85547
Median (50%) Value: 50,000	15,90881	15,90821	15,90823
Upper Perc. Value: 99,865	15,97414	15,96972	15,96973
CP (potential capability)	1,68386	1,91797	1,92549
CR (capability ratio)	0,59387	0,52138	0,51935
CPK (demonstrated excellence)	0,28795	0,34234	0,34561
CPL (CP, lower)	0,28795	0,34234	0,34561
CPU (CP, upper)	3,07977	3,28048	3,28097
K (non-centering correction)	0,82899	0,83445	0,83423

Figura H.5- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X3 do Produto Y (Fase 2)

Produto R6

Caraterística X1 com $\mu_p = 20,080$ e $\sigma_p = 0,218$

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=19,4269 +3,000 *Sigma=20,7326		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	19,50000		
Nominal Specification	20,00000		
Upper Specification Limit	20,50000		
Lower Perc. Value: ,135	19,42691	19,44700	19,44736
Median (50%) Value: 50,000	20,07975	20,08492	20,08475
Upper Perc. Value: 99,865	20,73259	20,64473	20,64145
CP (potential capability)	0,76588	0,83491	0,83746
CR (capability ratio)	1,30568	1,19773	1,19409
CPK (demonstrated excellence)	0,64372	0,74147	0,74592
CPL (CP, lower)	0,88804	0,91691	0,91741
CPU (CP, upper)	0,64372	0,74147	0,74592
K (non-centering correction)	0,15950	0,16983	0,16950

Figura H.6- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X1 do Produto R6 (Fase 2)

Caraterística X2 com $\mu_p = 15,949$ e $\sigma_p = 0,114$

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=15,6073 +3,000 *Sigma=16,2911		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	15,89000		
Nominal Specification	16,00000		
Upper Specification Limit	16,11000		
Lower Perc. Value: ,135	15,60733	15,60591	15,60570
Median (50%) Value: 50,000	15,94920	15,95262	15,95252
Upper Perc. Value: 99,865	16,29107	16,24561	16,24413
CP (potential capability)	0,32176	0,34391	0,34460
CR (capability ratio)	3,10792	2,90773	2,90194
CPK (demonstrated excellence)	0,17315	0,18060	0,18027
CPL (CP, lower)	0,17315	0,18060	0,18027
CPU (CP, upper)	0,47036	0,53716	0,54003
K (non-centering correction)	0,46185	0,43077	0,43163

Figura H.7- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X2 do Produto R6 (Fase 2)

Caraterística X3 com $\mu_p = 11,993$ e $\sigma_p = 0,049$

Capability Index Within-sample sigma=S-bar/c4	Variable: Var1 (Spreadsheet1) -3,000 *Sigma=11,8466 +3,000 *Sigma=12,1398		
	Normal Distrib.	Non-Nrml Distrib.	Pearson Curves
Lower Specification Limit	11,50000		
Nominal Specification	12,00000		
Upper Specification Limit	12,50000		
Lower Perc. Value: ,135	11,84660	11,86424	11,86479
Median (50%) Value: 50,000	11,99318	11,99199	11,99202
Upper Perc. Value: 99,865	12,13976	12,13849	12,13850
CP (potential capability)	3,41106	3,64629	3,65356
CR (capability ratio)	0,29316	0,27425	0,27371
CPK (demonstrated excellence)	3,36453	3,46766	3,46796
CPL (CP, lower)	3,36453	3,85113	3,86724
CPU (CP, upper)	3,45759	3,46766	3,46796
K (non-centering correction)	0,01364	0,01603	0,01596

Figura H.8- Índices C_p e C_{pk} relativos à caraterística X3 do Produto R6 (Fase 2)

Anexo I: Estudo Multivariado- Fase 1 para os produtos K, Y e R6

Produto K- Excel de apoio à construção da Carta T²

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
22,75867	12,00033	15,91133	0,00056	0,00023	0,00052	-0,00002	-0,00007	-0,00001
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	22,734	12,004	15,898			8,17335	12,1529	0
2	22,764	11,996	15,936			6,07164	12,1529	0
3	22,766	12,006	15,896			4,01284	12,1529	0
4	22,764	12,002	15,918			0,92685	12,1529	0
5	22,772	12,006	15,944			13,8492	12,1529	0
6	22,742	11,986	15,918			6,39454	12,1529	0
7	22,774	12,008	15,902			4,9622	12,1529	0
8	22,722	12,002	15,904			12,8366	12,1529	0
9	22,732	12	15,944			12,9718	12,1529	0
10	22,754	12	15,892			4,59159	12,1529	0
11	22,776	11,976	15,928			17,2024	12,1529	0
12	22,754	12,012	15,924			4,65943	12,1529	0
13	22,784	12,004	15,886			12,2955	12,1529	0
14	22,754	12,006	15,908			1,206	12,1529	0
15	22,734	12,012	15,912			7,84963	12,1529	0
16	22,762	11,998	15,914			0,2826	12,1529	0
17	22,77	12,004	15,9			3,18788	12,1529	0
18	22,778	12,01	15,904			6,88342	12,1529	0
19	22,77	11,996	15,94			9,53781	12,1529	0
20	22,766	11,99	15,906			3,04542	12,1529	0
21	22,744	11,994	15,898			5,23021	12,1529	0
22	22,748	12,006	15,912			1,58899	12,1529	0
23	22,772	11,992	15,908			3,23797	12,1529	0
24	22,778	12	15,912			3,96329	12,1529	0
25	22,742	11,994	15,918			2,88894	12,1529	0
26	22,768	11,99	15,9			4,43371	12,1529	0
27	22,774	12,002	15,922			3,99583	12,1529	0
28	22,744	12,002	15,922			2,12602	12,1529	0
29	22,752	11,998	15,912			0,33319	12,1529	0
30	22,718	11,992	15,916			15,4055	12,1529	0

Figura I.1- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 1) do Produto K- primeira intervenção

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
22,75867	12,00033	15,91133	0,00047	0,00013	0,00049	0,00000	-0,00003	-0,00002
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	22,734	12,004	15,898			9,11585	12,2435	0
2	22,764	11,996	15,936			7,11446	12,2435	0
3	22,766	12,006	15,896			3,83912	12,2435	0
4	22,764	12,002	15,918			0,94515	12,2435	0
5	22,742	11,986	15,918			10,9306	12,2435	0
6	22,774	12,008	15,902			5,31796	12,2435	0
7	22,754	12	15,892			4,1964	12,2435	0
8	22,754	12,012	15,924			7,33208	12,2435	0
9	22,754	12,006	15,908			1,52273	12,2435	0
10	22,734	12,012	15,912			11,5709	12,2435	0
11	22,762	11,998	15,914			0,38984	12,2435	0
12	22,77	12,004	15,9			2,94298	12,2435	0
13	22,778	12,01	15,904			7,81411	12,2435	0
14	22,77	11,996	15,94			10,5628	12,2435	0
15	22,766	11,99	15,906			4,98084	12,2435	0
16	22,744	11,994	15,898			6,16979	12,2435	0
17	22,748	12,006	15,912			2,41799	12,2435	0
18	22,772	11,992	15,908			4,62358	12,2435	0
19	22,778	12	15,912			4,03515	12,2435	0
20	22,742	11,994	15,918			4,74685	12,2435	0
21	22,768	11,99	15,9			6,4328	12,2435	0
22	22,774	12,002	15,922			4,0643	12,2435	0
23	22,744	12,002	15,922			3,41318	12,2435	0
24	22,752	11,998	15,912			0,68505	12,2435	0

Figura I.2- Excel de apoio à construção da carta T^2 (Fase 1) do Produto K- segunda intervenção

Produto Y- Excel de apoio à construção da Carta T²

$\bar{\bar{X}}_1$	$\bar{\bar{X}}_2$	$\bar{\bar{X}}_3$	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
20,0052	5,010467	15,90847	0,01637	0,02886	0,00046	0,00307	-0,00004	-0,00037
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	19,996	5,008	15,906			0,09416	12,1529	0
2	19,984	5,01	15,914			0,47234	12,1529	0
3	19,938	5,054	15,924			4,75717	12,1529	0
4	20,04	5,064	15,932			7,16442	12,1529	0
5	19,946	4,894	15,918			3,73701	12,1529	0
6	20,032	5,078	15,906			0,938	12,1529	0
7	19,988	4,994	15,912			0,24158	12,1529	0
8	20,038	4,946	15,886			7,1267	12,1529	0
9	19,892	4,868	15,914			6,66223	12,1529	0
10	19,994	4,998	15,906			0,13272	12,1529	0
11	20	5,014	15,912			0,15151	12,1529	0
12	20,018	4,918	15,92			2,81005	12,1529	0
13	20,066	5,058	15,906			1,39746	12,1529	0
14	20,04	4,922	15,9			2,96921	12,1529	0
15	20,04	5,126	15,886			7,27321	12,1529	0
16	20,018	4,982	15,898			1,49796	12,1529	0
17	19,95	5,124	15,914			4,17494	12,1529	0
18	20,15	4,952	15,91			7,70878	12,1529	0
19	20,094	4,966	15,934			9,87853	12,1529	0
20	19,926	5,01	15,906			2,02057	12,1529	0
21	19,98	5,046	15,902			0,87545	12,1529	0
22	19,916	5,16	15,894			9,04061	12,1529	0
23	19,938	4,984	15,904			1,66711	12,1529	0
24	20,026	5,032	15,926			3,64941	12,1529	0
25	20,102	4,97	15,904			3,73924	12,1529	0
26	20,01	5,078	15,898			1,79761	12,1529	0
27	20,13	5,06	15,918			6,01295	12,1529	0
28	19,86	5,036	15,896			8,54886	12,1529	0
29	20,028	5,014	15,9			0,93192	12,1529	0
30	20,016	4,948	15,908			0,78832	12,1529	0

Figura I.3- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 1) do Produto Y- primeira intervenção

Produto Y- Carta T²

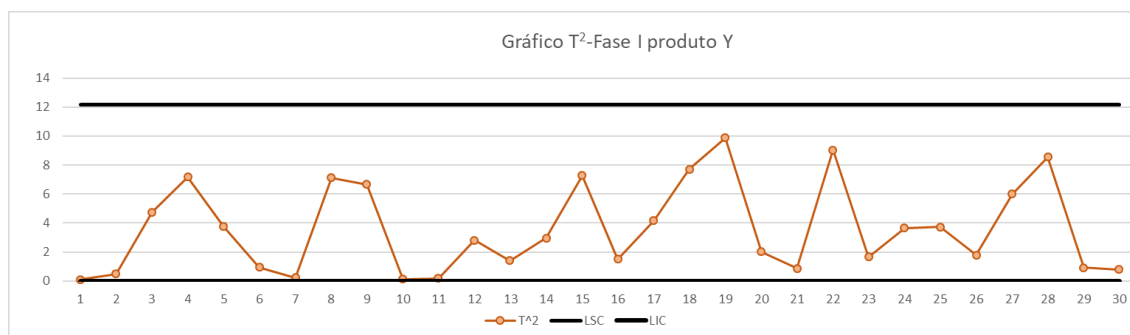


Figura I.4- - Carta T² do Produto Y (Fase 1) - primeira intervenção

Produto R6- Excel de apoio à construção da Carta T²

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
20,0842	15,9376	11,99607	0,04700	0,01501	0,00237	0,00517	0,00046	0,00082
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	20,11	15,88	12,024			3,39026	12,1529	0
2	19,994	16,026	12,062			12,3827	12,1529	0
3	19,972	16,026	12,026			6,27318	12,1529	0
4	20,026	15,852	11,968			3,70019	12,1529	0
5	20,074	15,934	12,03			2,52686	12,1529	0
6	20,21	15,984	11,988			2,31274	12,1529	0
7	19,922	15,96	12,016			4,16882	12,1529	0
8	20,074	16,044	11,96			7,75394	12,1529	0
9	20,102	15,994	11,992			1,16937	12,1529	0
10	20,226	15,934	12,012			2,78855	12,1529	0
11	20,024	15,892	11,984			1,10218	12,1529	0
12	19,88	15,95	11,994			4,86494	12,1529	0
13	20,186	15,912	11,962			3,93205	12,1529	0
14	20,222	15,916	11,984			2,77099	12,1529	0
15	19,948	15,916	11,968			3,48769	12,1529	0
16	20,042	16,048	12,038			7,59916	12,1529	0
17	20,278	15,922	11,956			7,91396	12,1529	0
18	19,816	15,848	12,018			10,562	12,1529	0
19	20,018	15,926	11,944			6,11571	12,1529	0
20	20,294	16,01	12,016			6,02688	12,1529	0
21	20,258	15,87	11,99			5,83852	12,1529	0
22	20,182	16,048	11,984			5,17741	12,1529	0
23	20,006	15,846	12,032			6,6744	12,1529	0
24	20,046	15,912	12,006			0,59579	12,1529	0
25	20,242	15,962	11,978			3,52662	12,1529	0
26	20,094	15,986	12,016			1,43185	12,1529	0
27	19,84	15,828	11,984			8,77496	12,1529	0
28	20,106	15,918	11,97			1,57612	12,1529	0
29	20,286	15,868	11,96			9,61887	12,1529	0
30	20,048	15,916	12,02			1,61699	12,1529	0

Figura I.5- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 1) do Produto R6- primeira intervenção

$\bar{\bar{X}}_1$	$\bar{\bar{X}}_2$	$\bar{\bar{X}}_3$	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
20,08731	15,93455	11,99379	0,04714	0,01532	0,00240	0,00525	0,00060	0,00089
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	20,11	15,88	12,024			3,49358	12,1653	0
2	19,972	16,026	12,026			6,75921	12,1653	0
3	20,026	15,852	11,968			3,26667	12,1653	0
4	20,074	15,934	12,03			2,8308	12,1653	0
5	20,21	15,984	11,988			2,21722	12,1653	0
6	19,922	15,96	12,016			4,57201	12,1653	0
7	20,074	16,044	11,96			7,56888	12,1653	0
8	20,102	15,994	11,992			1,2147	12,1653	0
9	20,226	15,934	12,012			2,76683	12,1653	0
10	20,024	15,892	11,984			0,95754	12,1653	0
11	19,88	15,95	11,994			5,06417	12,1653	0
12	20,186	15,912	11,962			3,48793	12,1653	0
13	20,222	15,916	11,984			2,50492	12,1653	0
14	19,948	15,916	11,968			3,27328	12,1653	0
15	20,042	16,048	12,038			8,09303	12,1653	0
16	20,278	15,922	11,956			7,3787	12,1653	0
17	19,816	15,848	12,018			10,9057	12,1653	0
18	20,018	15,926	11,944			5,5972	12,1653	0
19	20,294	16,01	12,016			6,05471	12,1653	0
20	20,258	15,87	11,99			5,46479	12,1653	0
21	20,182	16,048	11,984			5,14021	12,1653	0
22	20,006	15,846	12,032			6,90828	12,1653	0
23	20,046	15,912	12,006			0,69215	12,1653	0
24	20,242	15,962	11,978			3,28992	12,1653	0
25	20,094	15,986	12,016			1,67129	12,1653	0
26	19,84	15,828	11,984			8,61578	12,1653	0
27	20,106	15,918	11,97			1,28176	12,1653	0
28	20,286	15,868	11,96			8,95859	12,1653	0
29	20,048	15,916	12,02			1,84313	12,1653	0

Figura I.6- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 1) do Produto R6- segunda intervenção

Produto R6- Carta T²

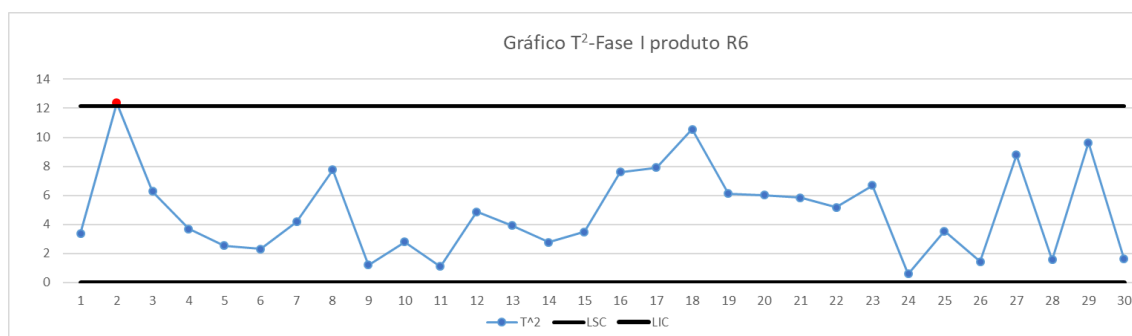


Figura I.7- Carta T² do Produto R6 (Fase 1) - primeira intervenção

Produto R6- Aplicação da estatística d

Tabela I.1- Tabela auxiliar para cálculo da estatística d aplicada ao produto R6

Amostra	T^2	$T_{\bar{X}_1}^2$	$T_{\bar{X}_2}^2$	$T_{\bar{X}_3}^2$	d_{X_1}	d_{X_2}	d_{X_3}	$\chi_{\alpha;1}^2$
2	12,383	10,645	10,314	4,212	1,738	2,069	8,170	7,016

Produto R6- Recalculo da Carta T^2

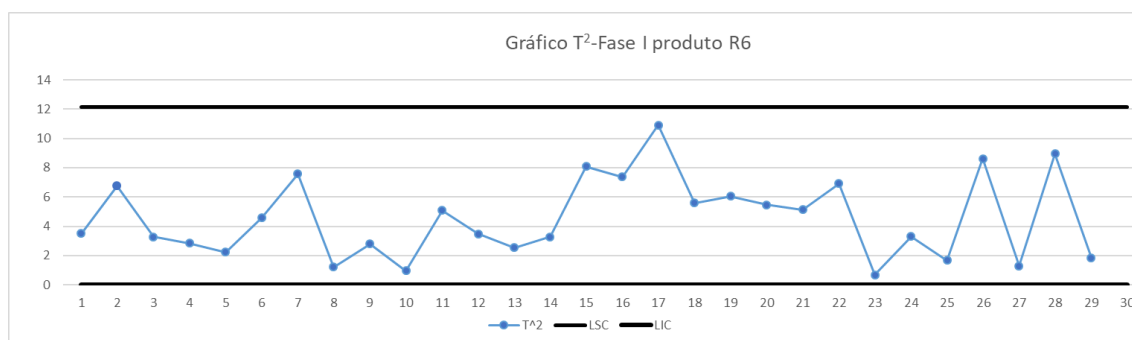


Figura I.8 - Carta T^2 do Produto R6 (Fase 1) - segunda intervenção

Anexo J: Estudo Multivariado- Fase 2 para os produtos K, Y e R6

Produto K- Excel de apoio à construção da Carta T²

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
22,7587	12,000	15,911	0,00047	0,00013	0,00049	0,00000	-0,00003	-0,00002
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	22,772	11,994	15,932			7,76679	13,3082	0
2	22,764	12,002	15,93			4,1915	13,3082	0
3	22,774	12,008	15,904			5,05789	13,3082	0
4	22,77	11,996	15,912			2,07601	13,3082	0
5	22,764	12	15,91			0,319	13,3082	0
6	22,772	12,004	15,93			6,51051	13,3082	0
7	22,746	12,004	15,936			8,27431	13,3082	0
8	22,782	11,992	15,916			8,65237	13,3082	0
9	22,76	11,996	15,902			1,71211	13,3082	0
10	22,768	12,006	15,92			3,18099	13,3082	0

Figura J.1- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 2) do Produto K

Produto Y- Excel de apoio à construção da Carta T²

\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
20,0052	5,010467	15,90847	0,01637	0,02886	0,00046	0,00307	-0,00004	-0,00037
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	19,906	4,916	15,912			4,08217	12,991	0
2	19,978	5,078	15,902			1,5016	12,991	0
3	19,998	4,88	15,924			5,05907	12,991	0
4	20,066	4,97	15,904			1,87478	12,991	0
5	20,024	5,03	15,918			1,19848	12,991	0
6	19,974	4,952	15,898			2,16089	12,991	0
7	19,966	5,018	15,914			0,85352	12,991	0

Figura J.2- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 2) do Produto Y

Produto Y- Carta T²

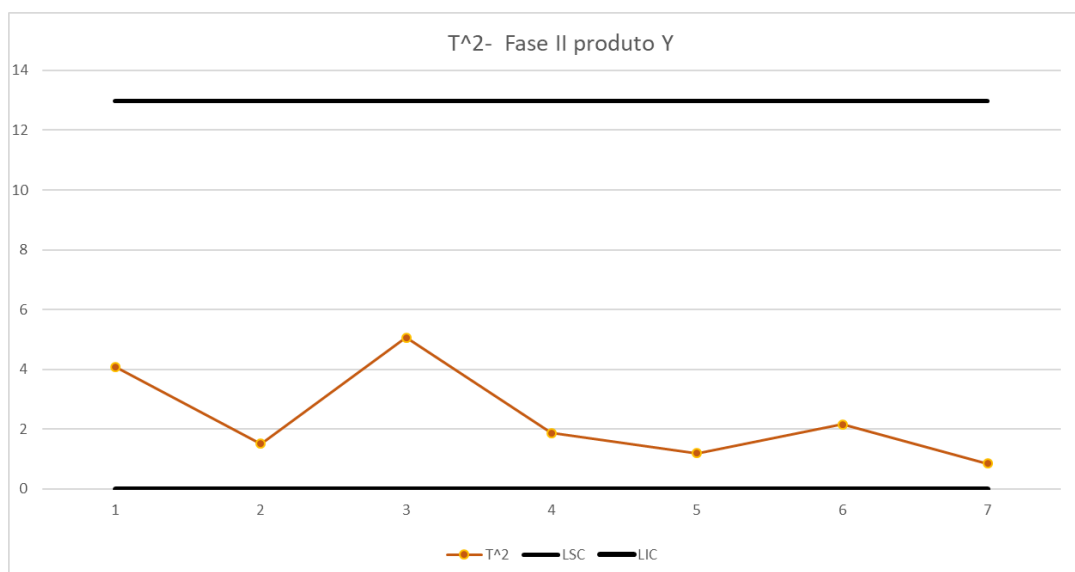


Figura J.3- Carta multivariada (Fase 2) do Produto Y

Produto R6- Excel de apoio à construção da Carta T²

$\bar{\bar{X}}_1$	$\bar{\bar{X}}_2$	$\bar{\bar{X}}_3$	médS ₁₁	médS ₂₂	médS ₃₃	médS ₁₂	médS ₁₃	médS ₂₃
20,0873	15,9346	11,9938	0,04714	0,01532	0,00240	0,00525	0,00060	0,00089
N.º	X1	X2	X3			T ²	LSC	LIC
1	20,08	15,98	11,978			1,44343	13,0342	0
2	20,02	16,012	12,018			3,81192	13,0342	0
3	19,864	16,056	12,02			13,4907	13,0342	0
4	20,164	15,978	12,01			1,41348	13,0342	0
5	19,922	16,042	11,974			9,57376	13,0342	0
6	20,204	15,94	11,992			1,48115	13,0342	0
7	20,172	15,97	12,024			2,62296	13,0342	0
8	20,262	15,938	11,944			8,895502	13,03422	0
9	19,968	15,944	11,958			4,375977	13,03422	0
10	20,008	15,98	11,996			1,667554	13,03422	0

Figura J.4- Excel de apoio à construção da carta T² (Fase 2) do Produto R6

Produto R6- Carta T²

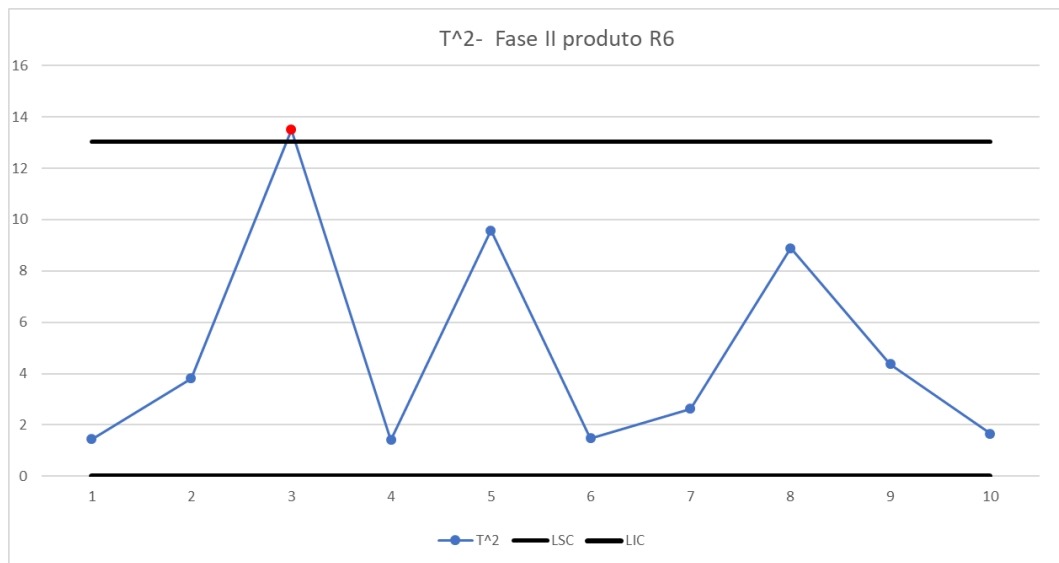


Figura J.5- Carta multivariada (Fase 2) do Produto R6

Anexo K: Teste de Kolmogorov-Smirnov às características 2 e 3 dos porta-eléttodos

Caraterística 2

Tabela K.1- Teste KS à caraterística 2 dos vários modelos de porta-eléttodos em estudo

Produto	Instante t	Estatística d	D _{crítico}
103071144	t=68 n=15	0,18	0,22
	t=106 n=28	0,16	$0,16 < D_{crítico} < 0,18$
261020	t=82 n=25	0,17	0,18
276151	t=55 n=17	0,19	0,21
103069930	t=96 n=21	0,18	$0,18 < D_{crítico} < 0,19$
103045679	t=86 n=9	0,18	0,27
R100075117	t=61 n=6	0,23	0,32

Caraterística 3

Tabela K.2- Teste KS à caraterística 3 dos vários modelos de porta-eléttodos em estudo

Produto	Instante t	Estatística d	D _{crítico}
103071144	t=68 n=15	0,19	0,22
	t=106 n=28	0,11	$0,16 < D_{crítico} < 0,18$
261020	t=82 n=25	0,17	0,18
276151	t=55 n=17	0,16	0,21
103069930	t=96 n=21	0,12	$0,18 < D_{crítico} < 0,19$
103045679	t=86 n=9	0,19	0,27
R100075117	t=61 n=6	0,18	0,32

Anexo L: Cartas Q(X) e Q(MR)

Produto 103071144

Caraterística 2

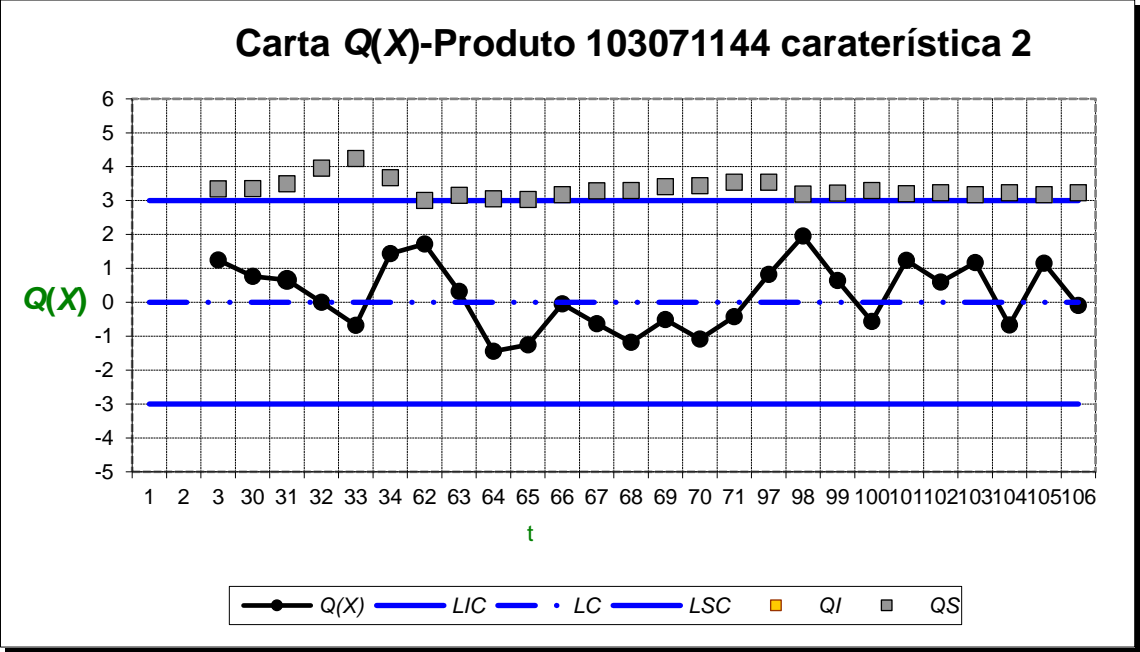


Figura L.1- Carta Q(X) relativa à caraterística 2 do produto 103071144

Nota: Pelo facto de os valores de Q_I serem sempre inferiores a -5, estes não foram apresentados na carta Q(X)

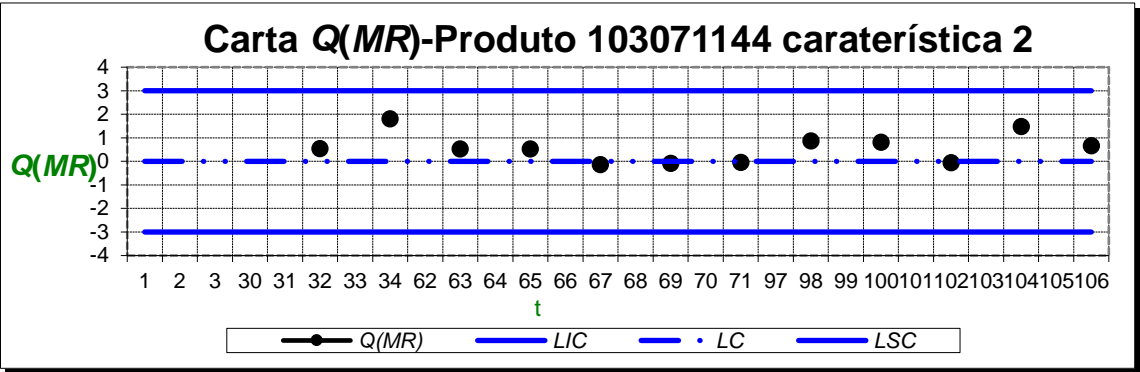


Figura L.2- Carta Q(MR) relativa à caraterística 2 do produto 103071144

Caraterística 3

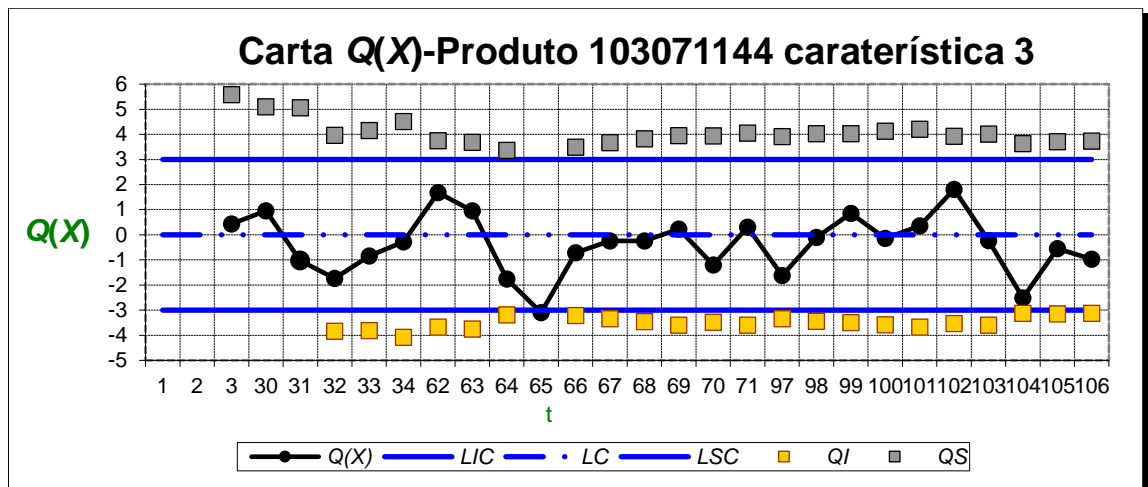


Figura L.3- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 3 do produto 103071144

Nota: Pelo facto de os valores de Q_I serem inferiores a -5 em $t=3, 30$ e 31 , estes não foram apresentados na carta $Q(X)$.

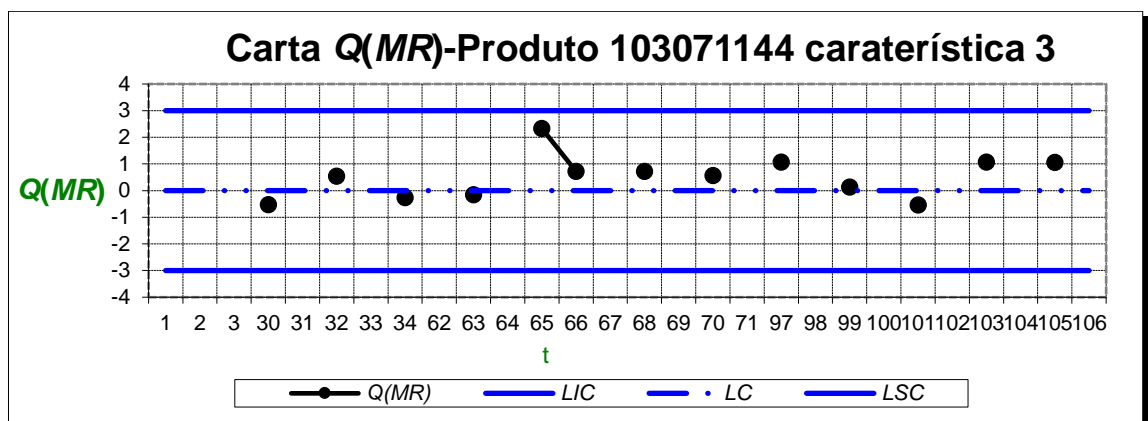


Figura L.4- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 3 do produto 103071144

Produto 261020

Caraterística 1

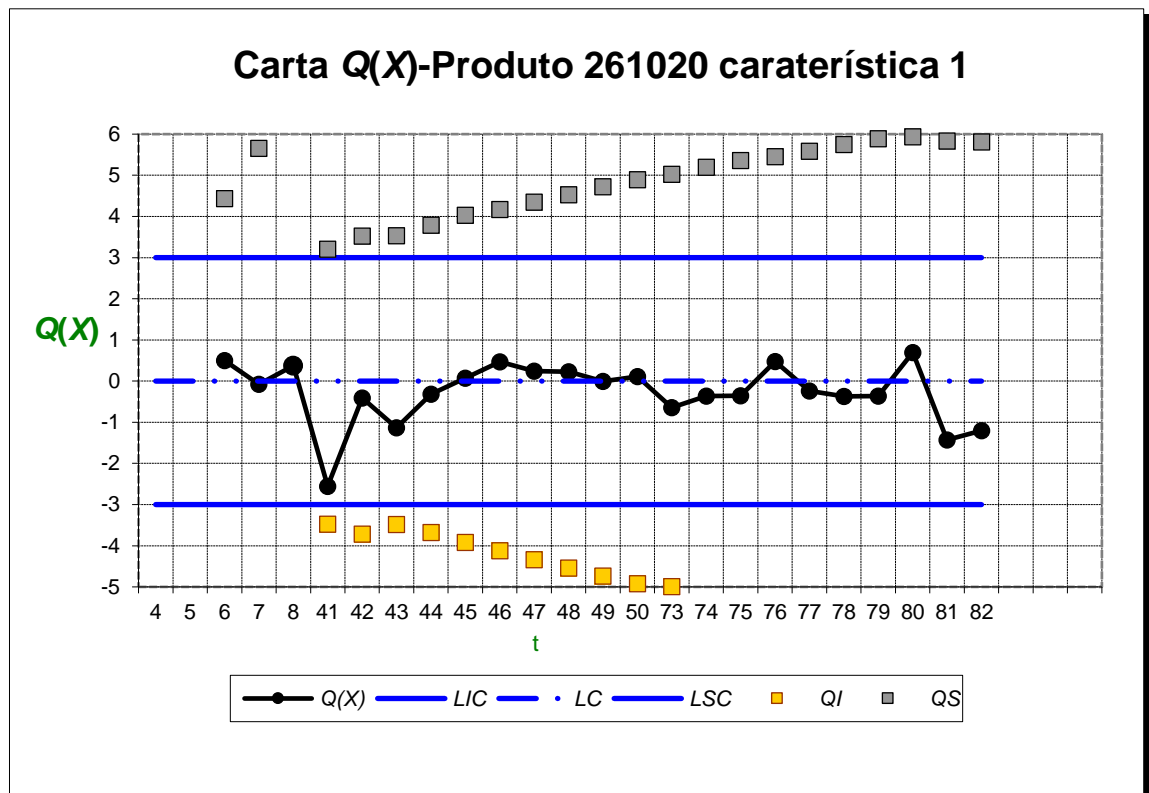


Figura L.5- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 1 do produto 261020

Nota: Pelo facto de em $t=6,8,74:82$ os valores de Q_I serem inferiores a -5 e em $t=8$ o valor de Q_S ser superior a 6, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

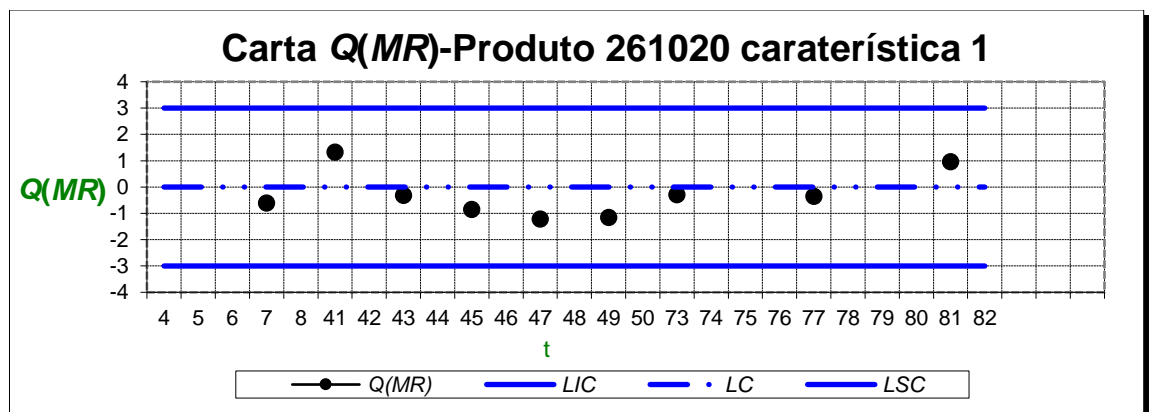


Figura L.6- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 1 do produto 261020

Caraterística 2

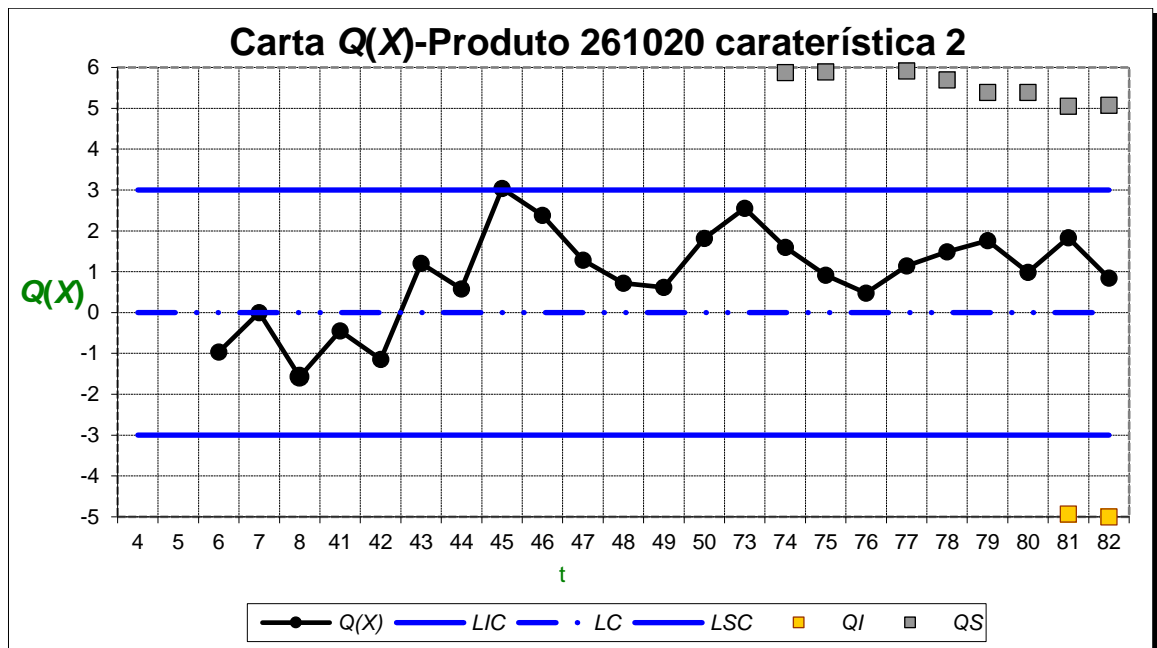


Figura L.7- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 2 do produto 261020

Nota: Pelo facto de em $t=6:73$ e 76 os valores de Q_s serem superiores a 6 e de em $t=6:80$ os valores de Q_i serem inferiores a -5 , estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

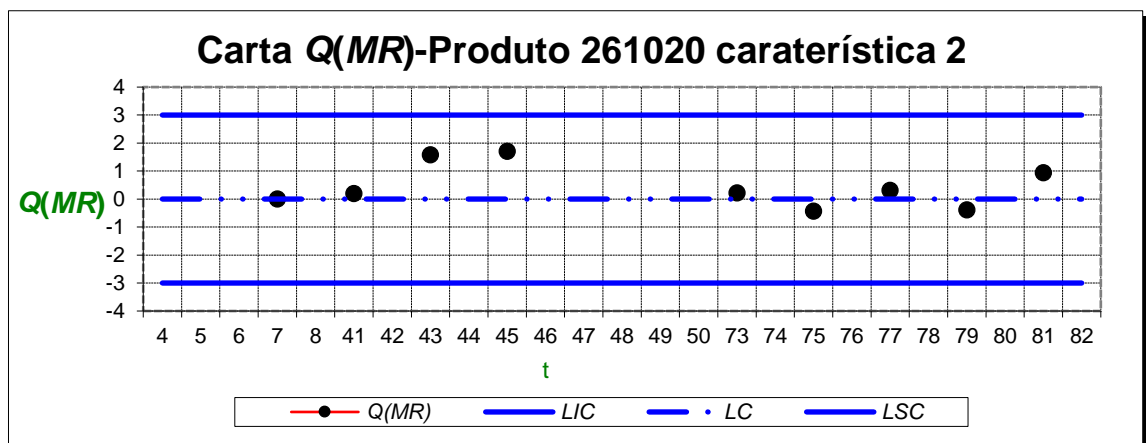


Figura L.8- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 2 do produto 261020

Caraterística 3

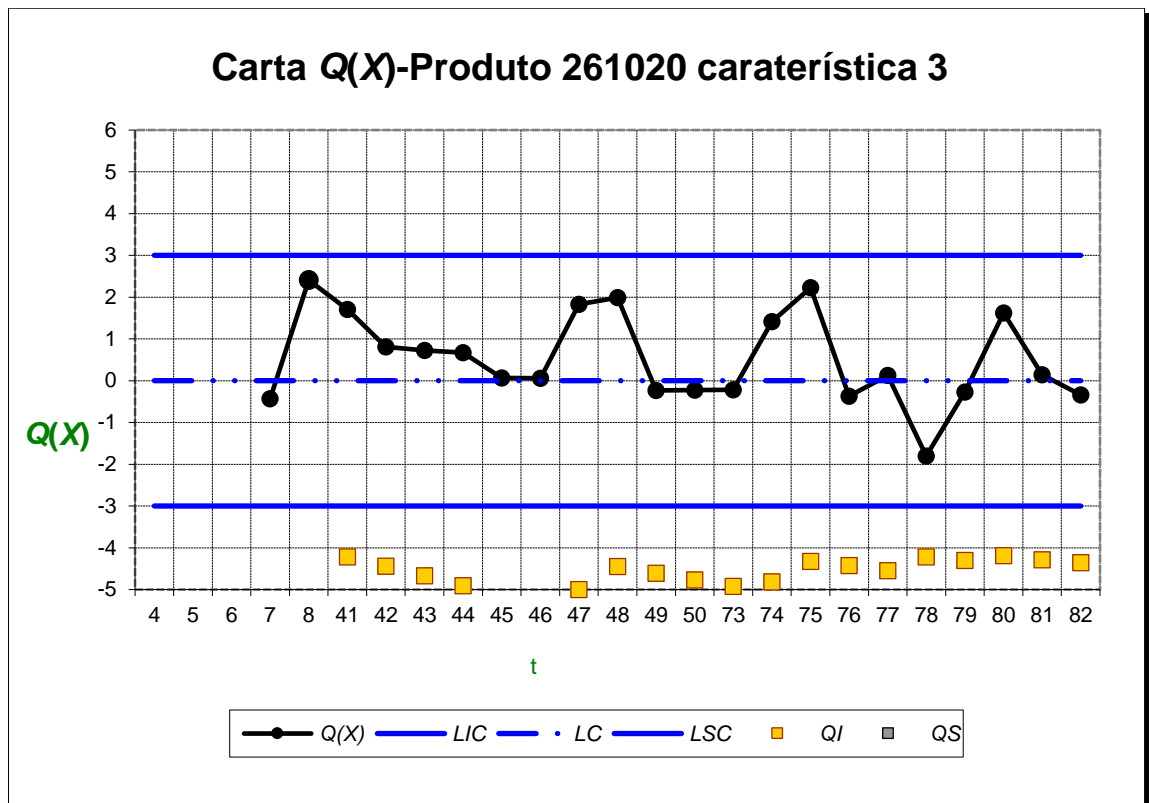


Figura L.9- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 3 do produto 261020

Nota: Pelo facto os valores de Q_s serem superiores a 6 e de em $t=7,8,45,46$ os valores de Q_i serem inferiores a -5, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

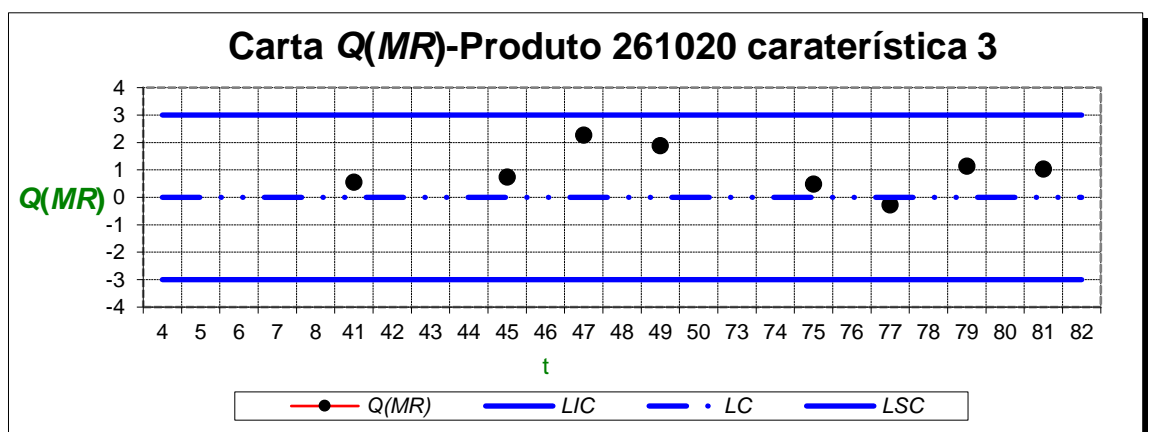


Figura L.10- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 3 do produto 261020

Produto 276151

Caraterística 1

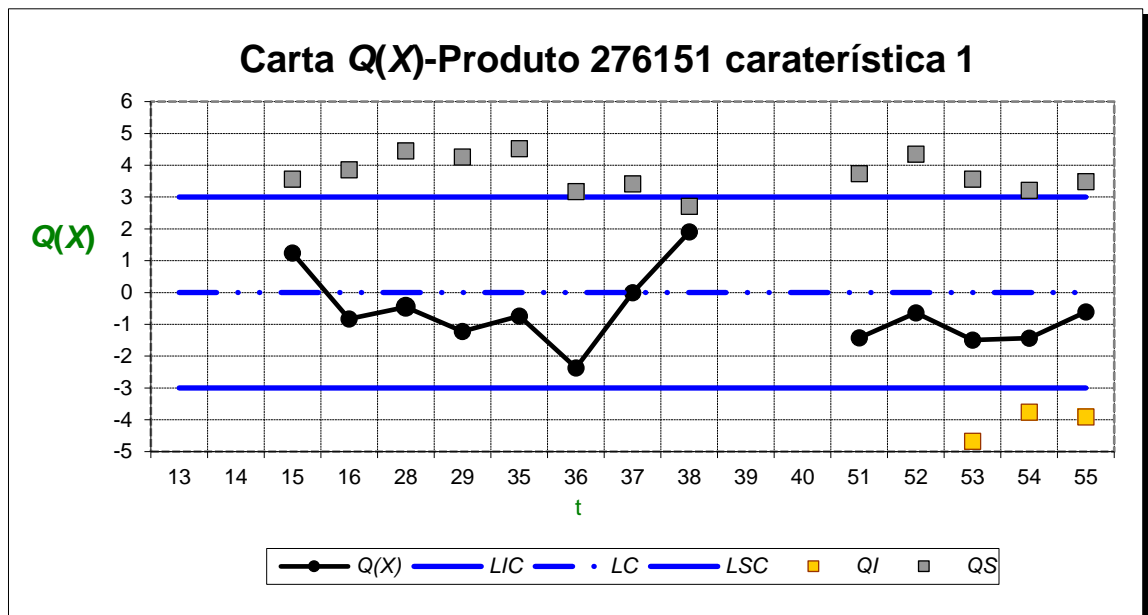


Figura L.11- Carta Q(X) relativa à caraterística 1 do produto 276151

Nota: Pelo facto de os valores de Q_I serem inferiores a -5 em $t=15:51$ (excetuando as observações $t=39,40$, para as quais não são calculados os índices de capacidade) estes não se encontram apresentados na carta Q(X).

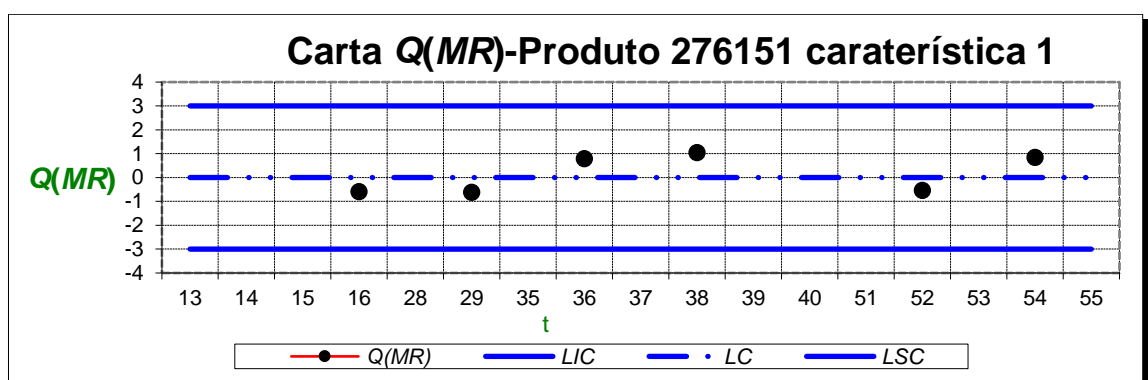


Figura L.12- Carta Q(MR) relativa à caraterística 1 do produto 276151

Caraterística 2

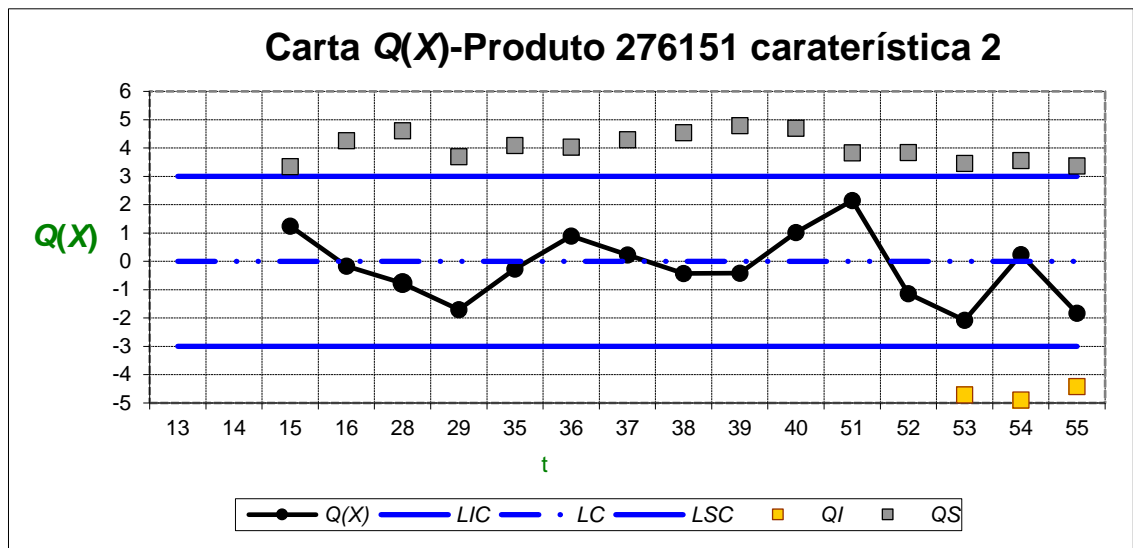


Figura L.13- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 2 do produto 276151

Nota: Pelo facto de em $t=15:52$ os valores de Q_i serem inferiores a -5, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

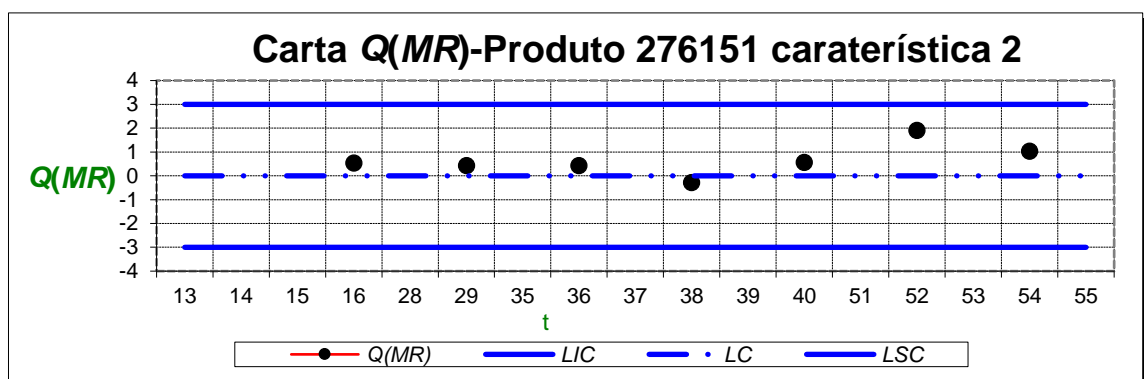


Figura L.14- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 2 do produto 276151

Caraterística 3

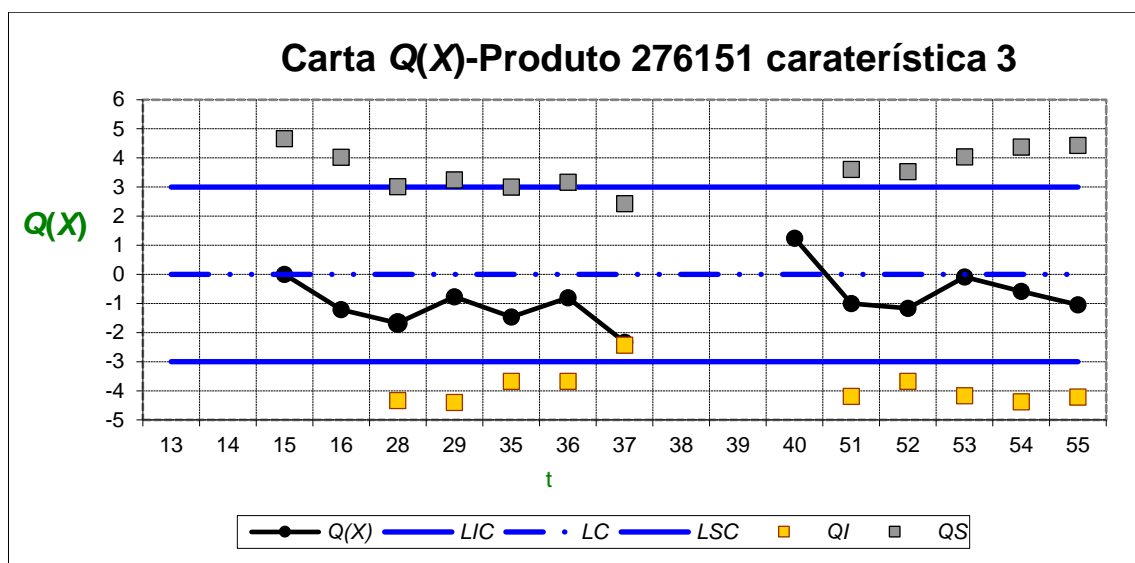


Figura L.15- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 3 do produto 276151

Nota: Pelo facto de em $t=15,16$ os valores de Q_i serem inferiores a -5 , estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

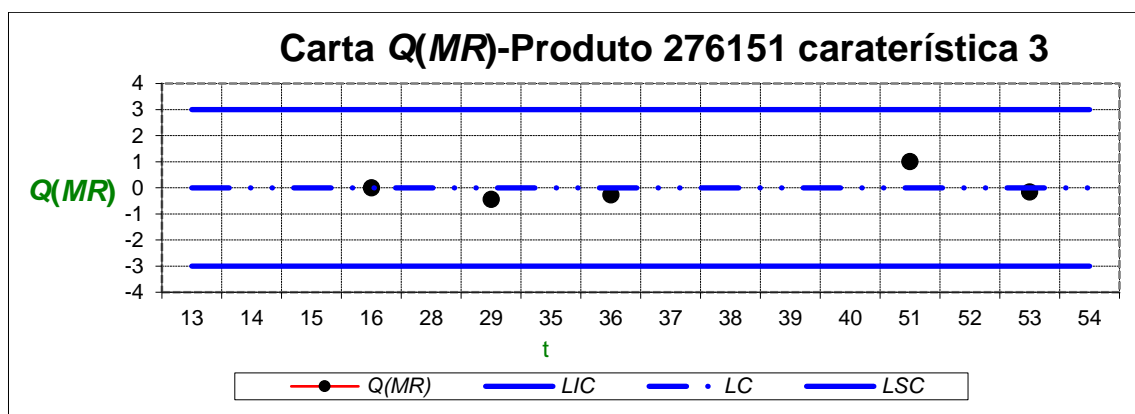


Figura L.16- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 3 do produto 276151

Produto 103069930

Caraterística 1

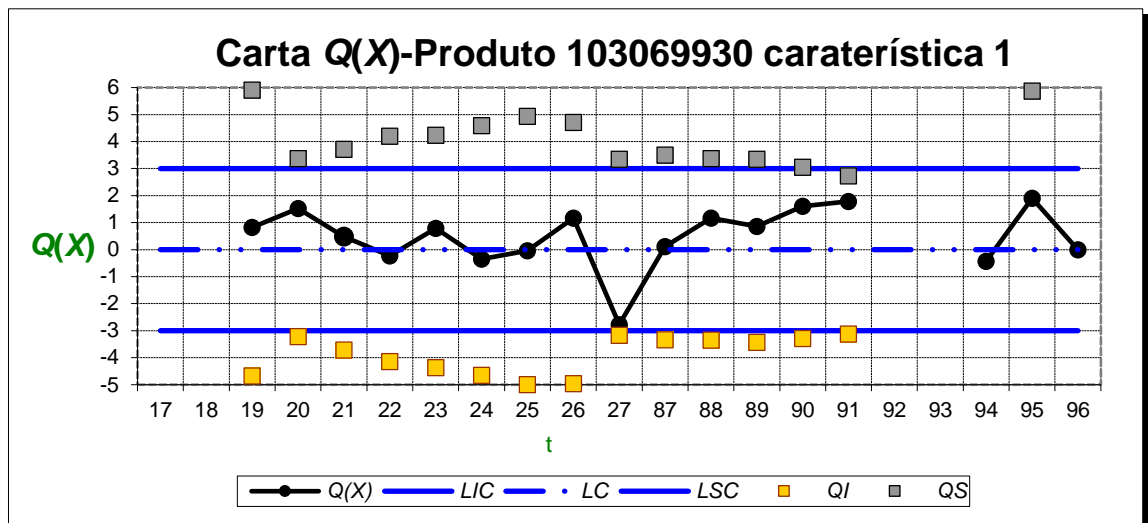


Figura L.17- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 1 do produto 103069930

Nota: Pelo facto de em $t=94$, 95 e 96 os valores de Q_I serem inferiores a -5 e em $t=94,96$ os valores de Q_S serem superiores a 6, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

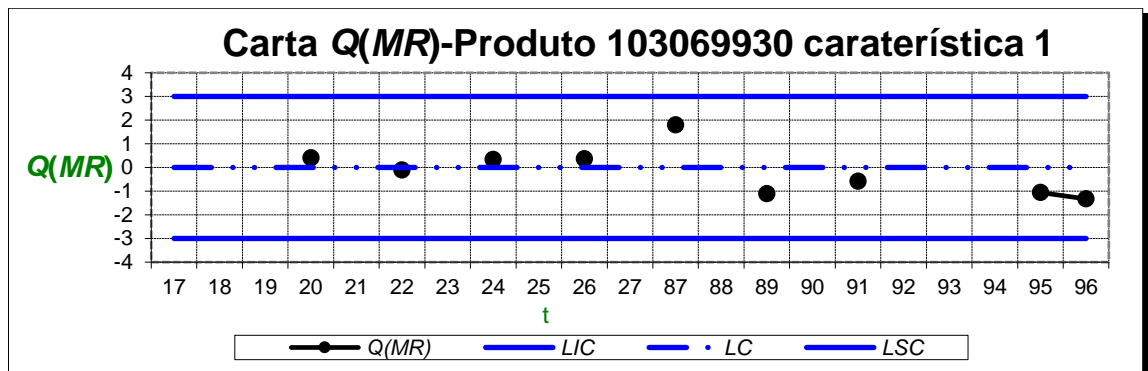


Figura L.18- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 1 do produto 103069930

Caraterística 2

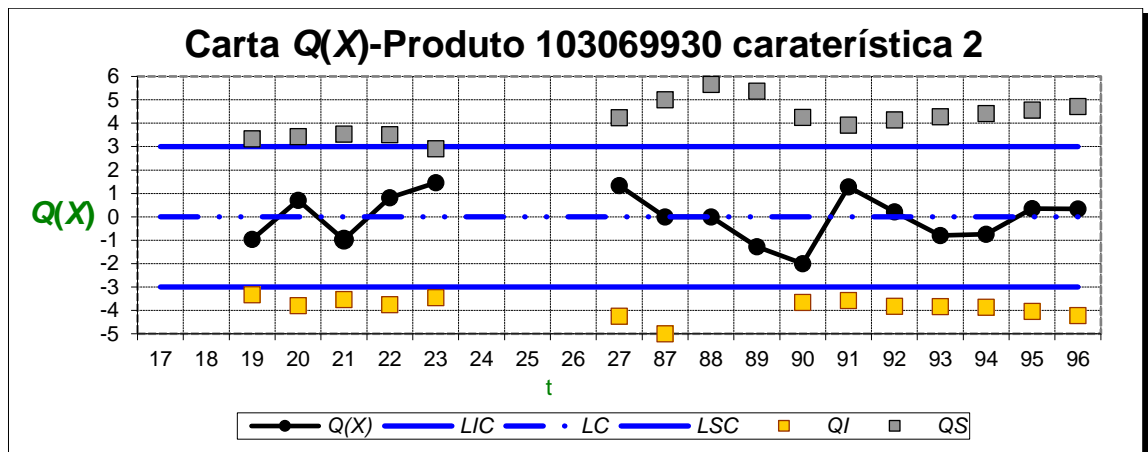


Figura L.19- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 2 do produto 103069930

Nota: Pelo facto de em $t=88$ e 89 os valores de QI serem inferiores a -5 , estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

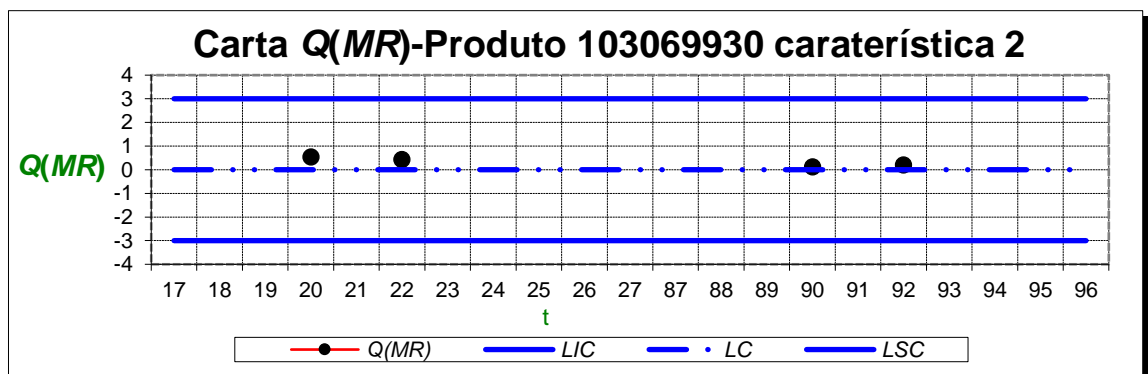


Figura L.20- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 2 do produto 103069930

Caraterística 3

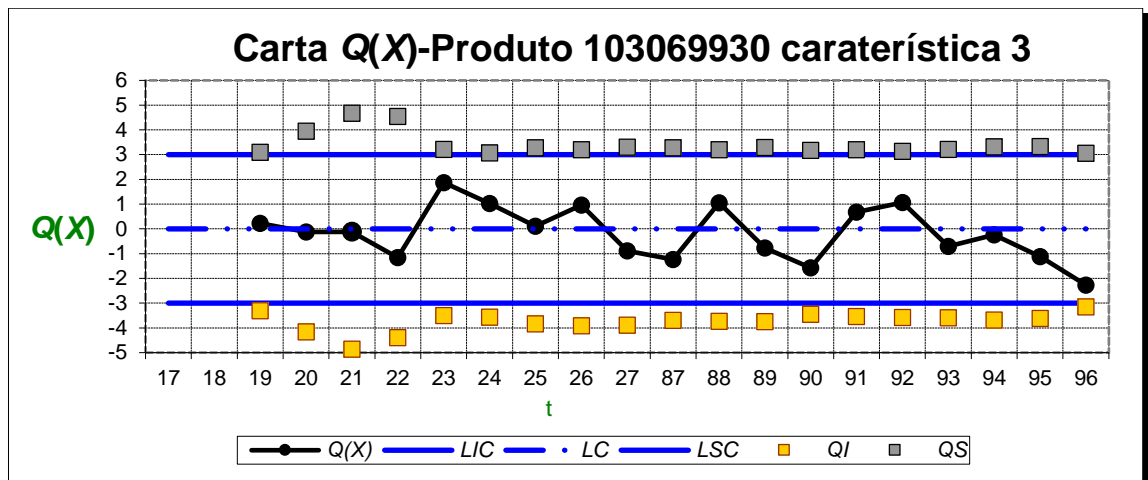


Figura L.21- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 3 do produto 103069930

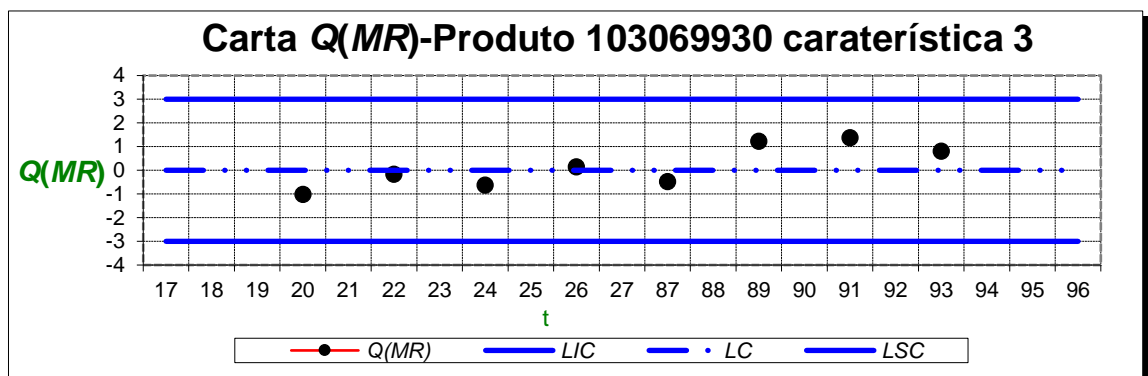


Figura L.22- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 3 do produto 103069930

Produto 103045679

Caraterística 1

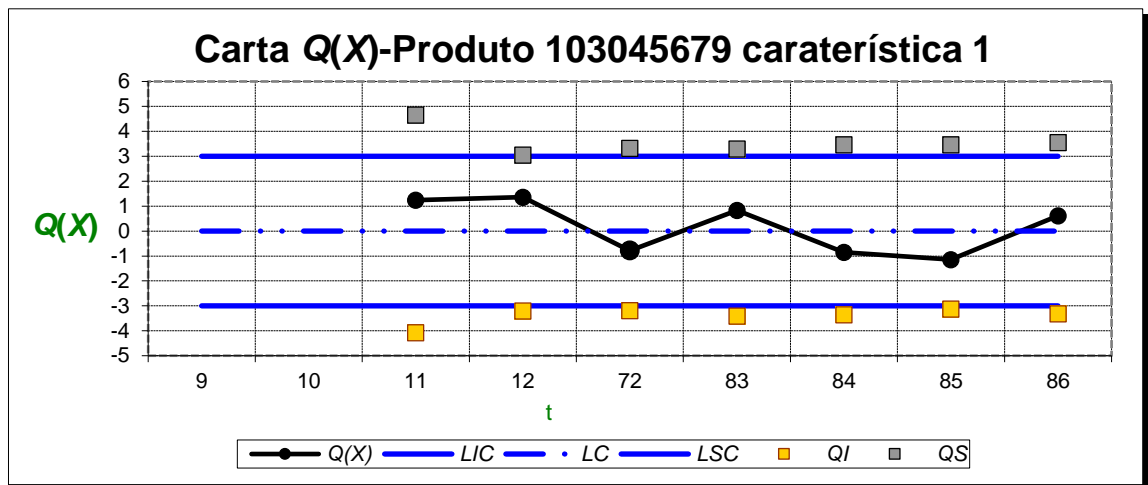


Figura L.23- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 1 do produto 103045679

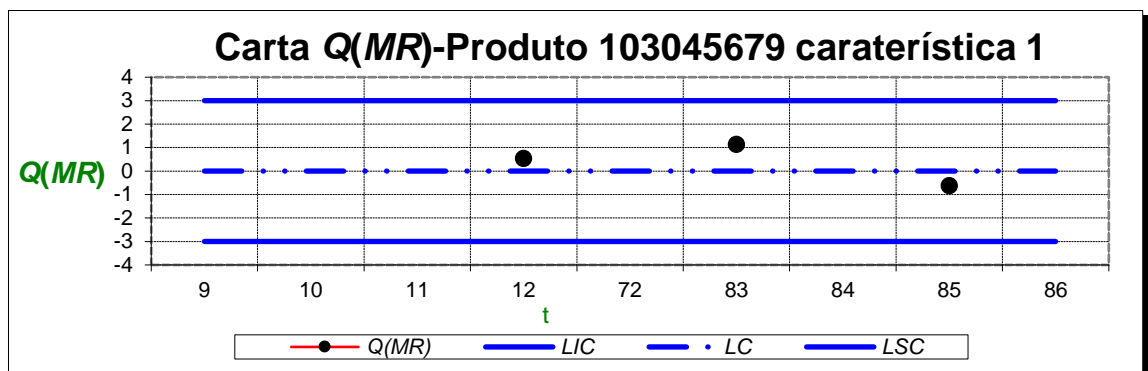


Figura L.24- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 1 do produto 103045679

Caraterística 2

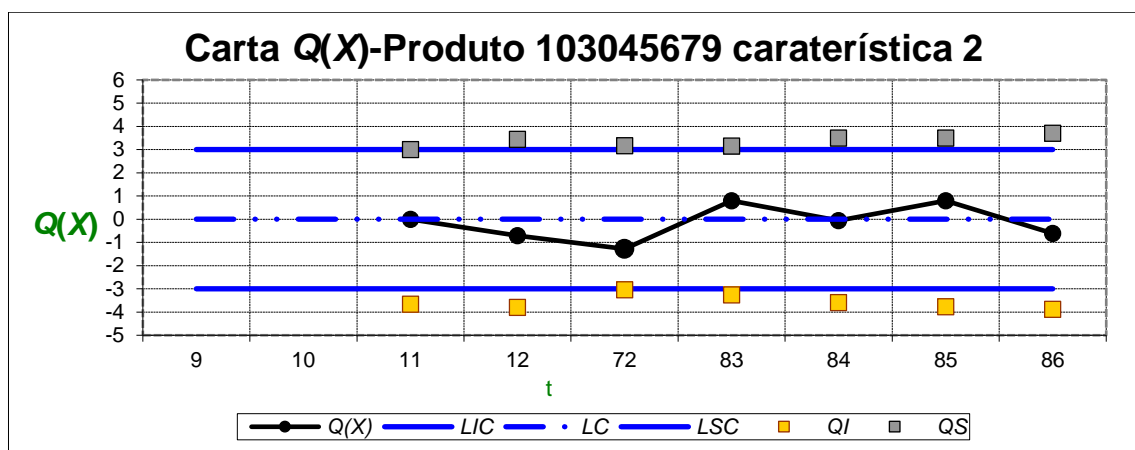


Figura L.25- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 2 do produto 103045679

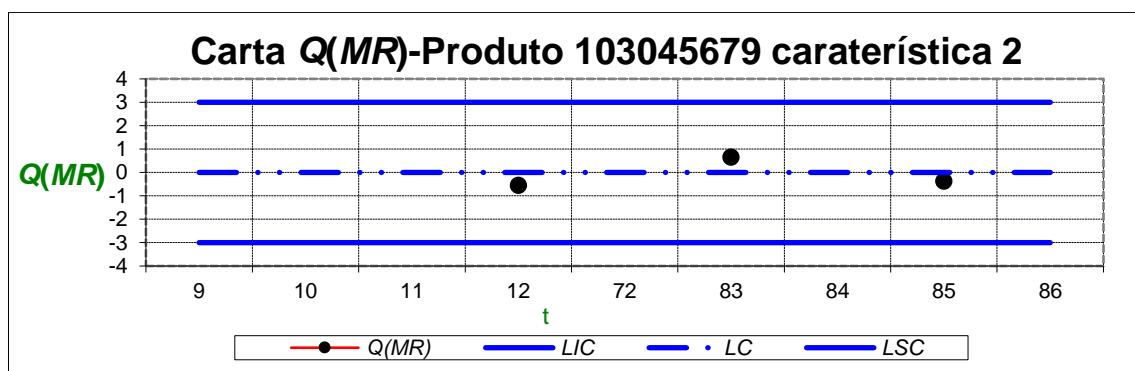


Figura L.26- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 2 do produto 103045679

Caraterística 3

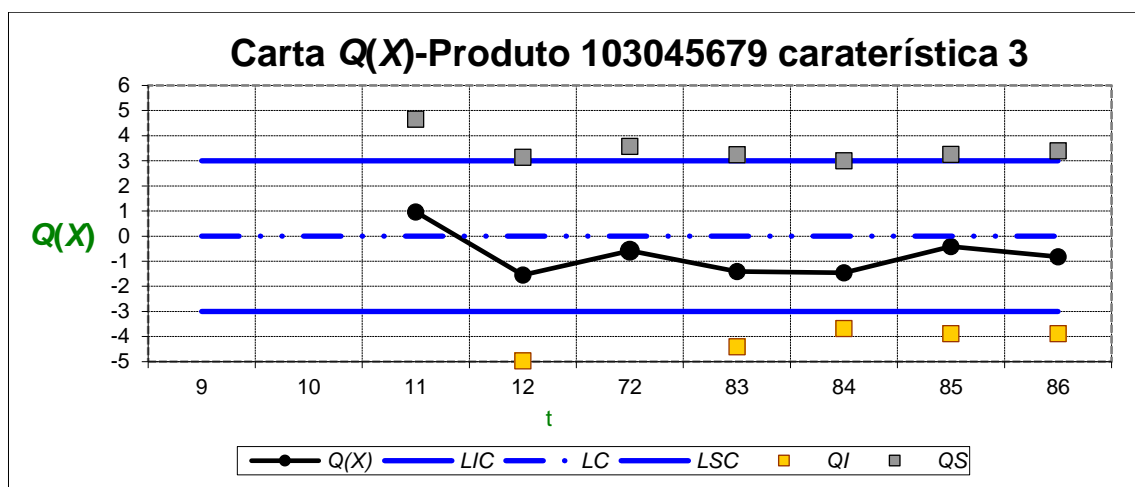


Figura L.27- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 3 do produto 103045679

Nota: Pelo facto de em $t=11$ e 72 os valores de Q_I serem inferiores a -5 , estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

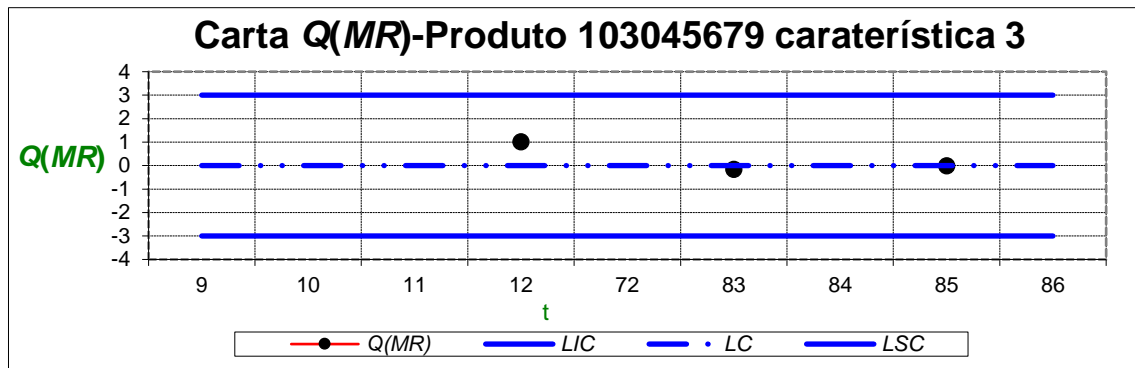


Figura L.28- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 1 do produto 103045679

Produto R100075117

Caraterística 1

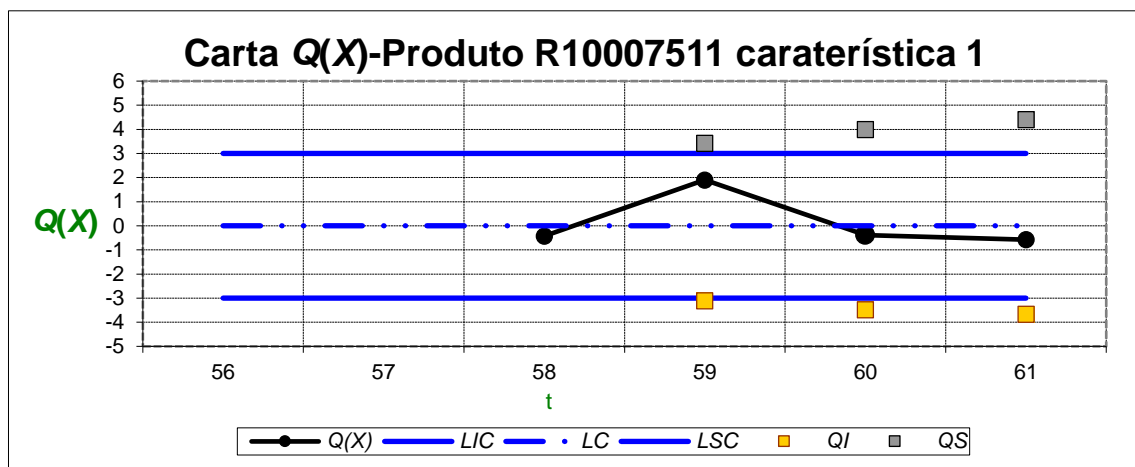


Figura L.29- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 1 do produto R10007511

Nota: Pelo facto de em $t=58$ o valor de Q_I ser inferior a -5 e de Q_S ser superiores a 6, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

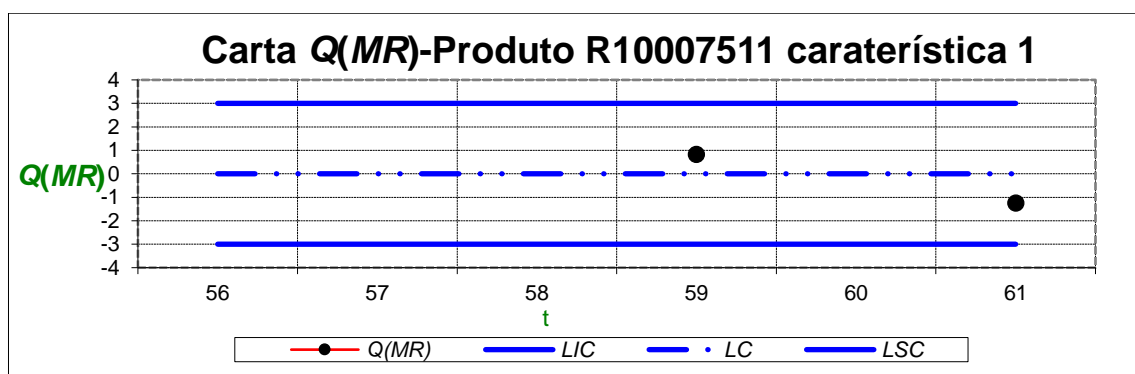


Figura L.30- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 1 do produto R10007511

Caraterística 2

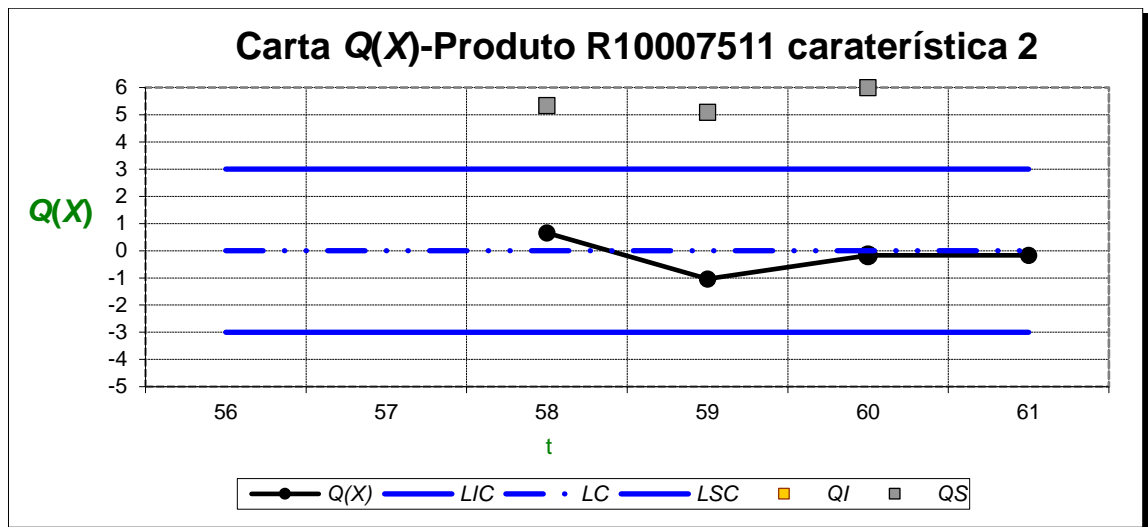


Figura L.31- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 2 do produto R10007511

Nota: Pelo facto de todas as observações terem Q_i ser inferior a -5 e de $t=61$ ter um valor de Q_s superior a 6, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

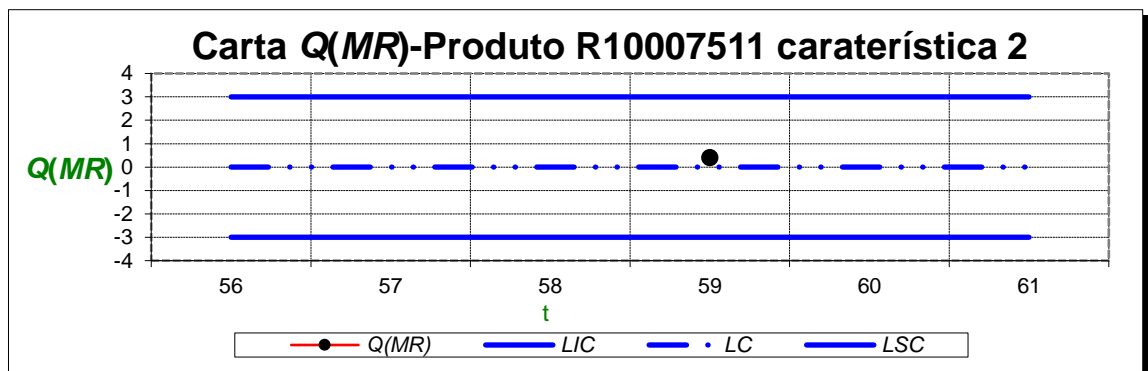


Figura L.32- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 2 do produto R10007511

Caraterística 3

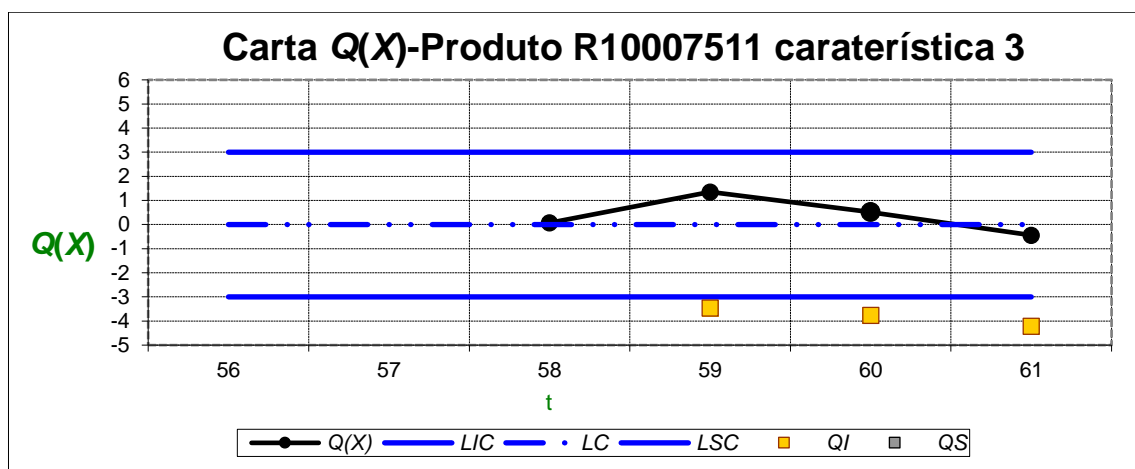


Figura L.33- Carta $Q(X)$ relativa à caraterística 3 do produto R10007511

Nota: Pelo facto de todas as observações terem Q_s superior a 6 e de $t=58$ ter um valor de Q_i inferior a -5, estes não se encontram apresentados na carta $Q(X)$.

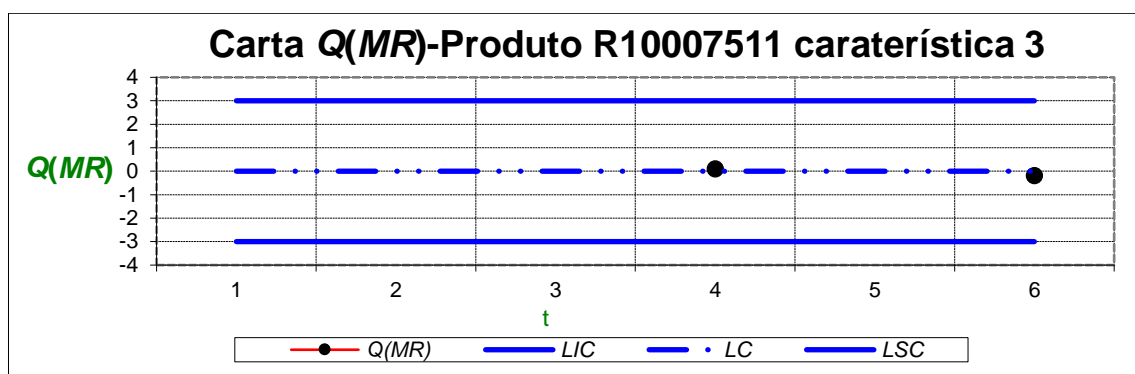


Figura L.34- Carta $Q(MR)$ relativa à caraterística 3 do produto R10007511

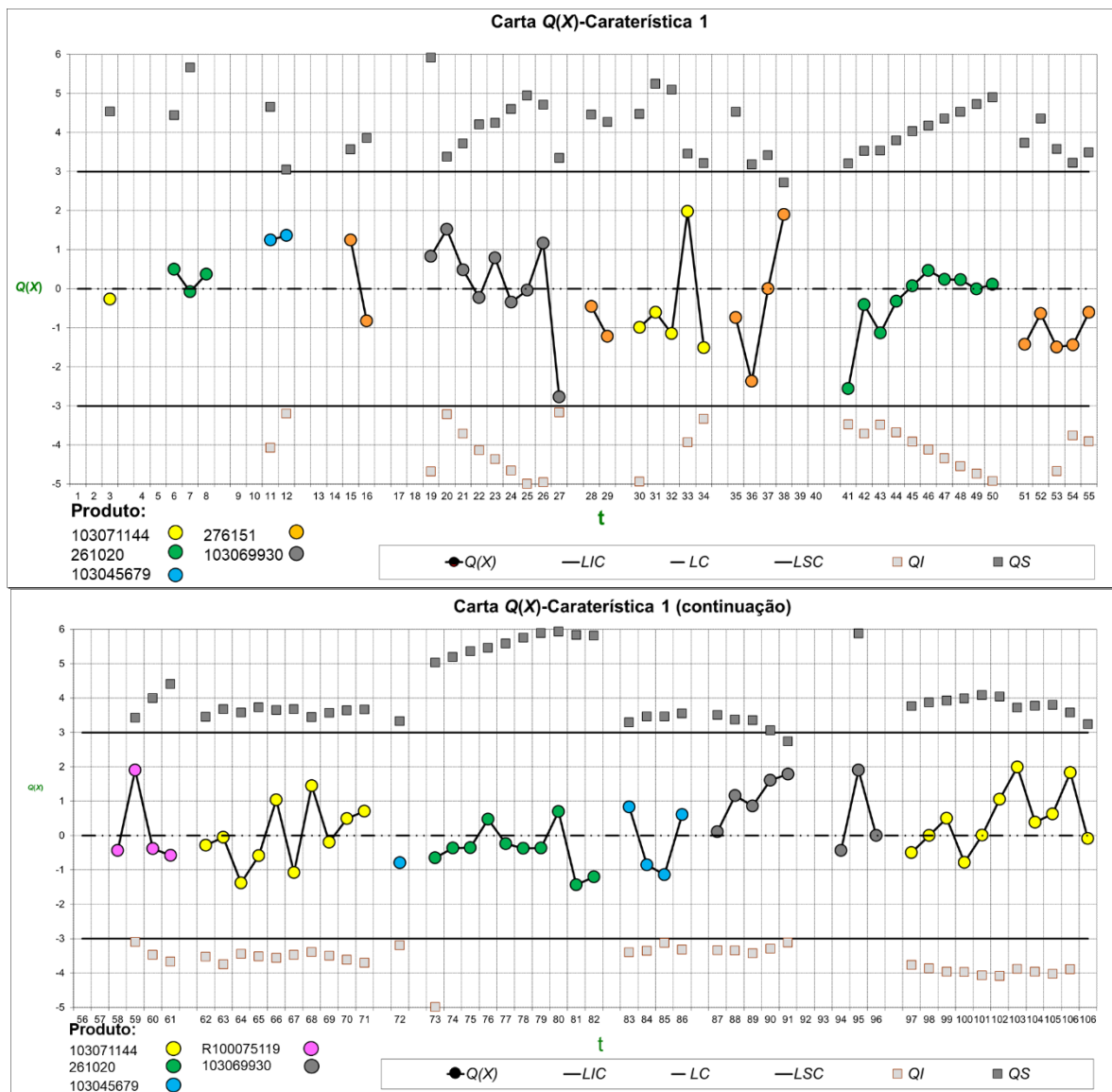


Figura L.35- Carta Q(X) relativa à caraterística 1 de todos os produtos

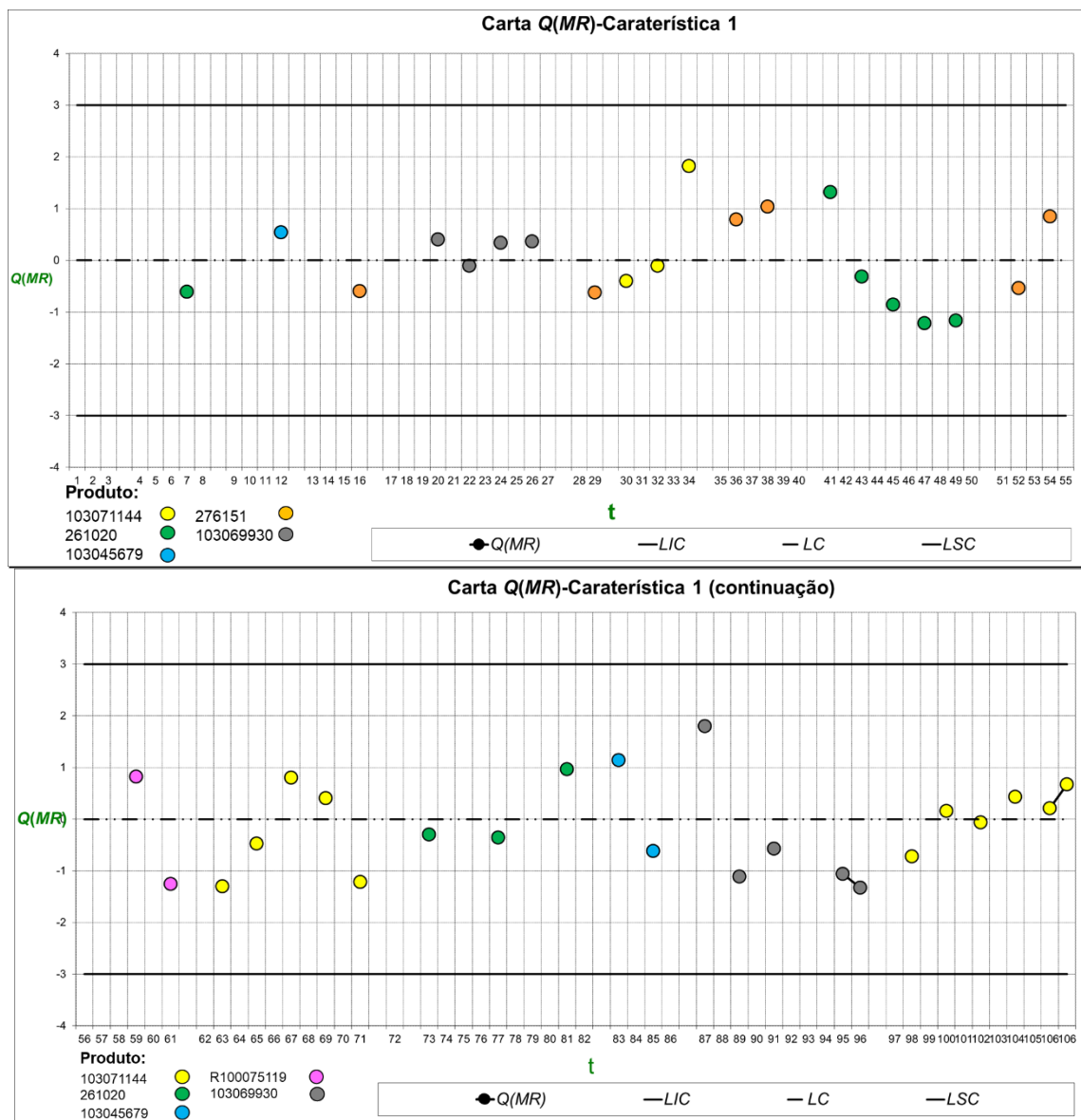


Figura L.36- Carta Q(MR) relativa à caraterística 1 de todos os produtos

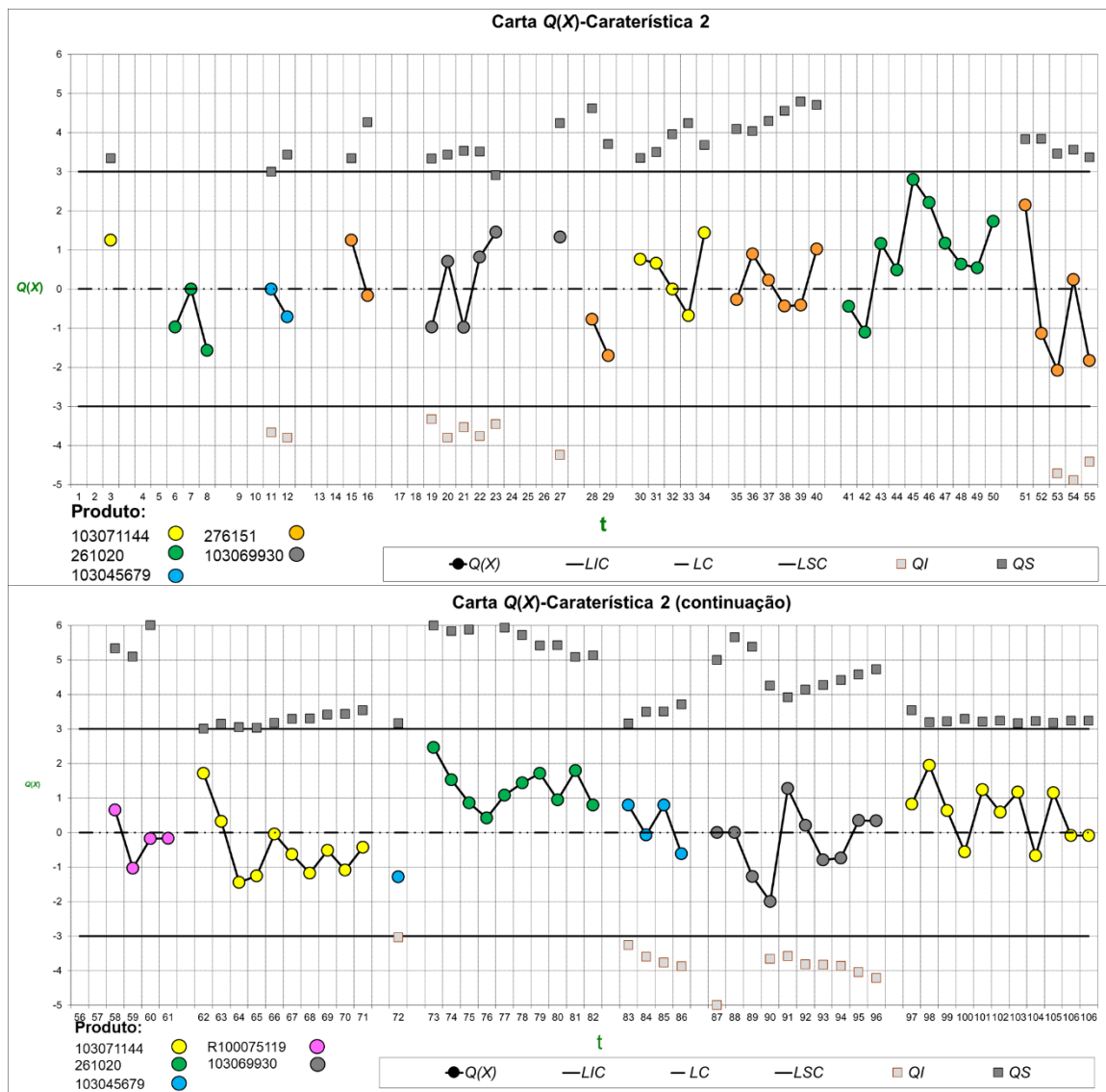


Figura L.37- Carta Q(X) relativa à caraterística 2 de todos os produtos

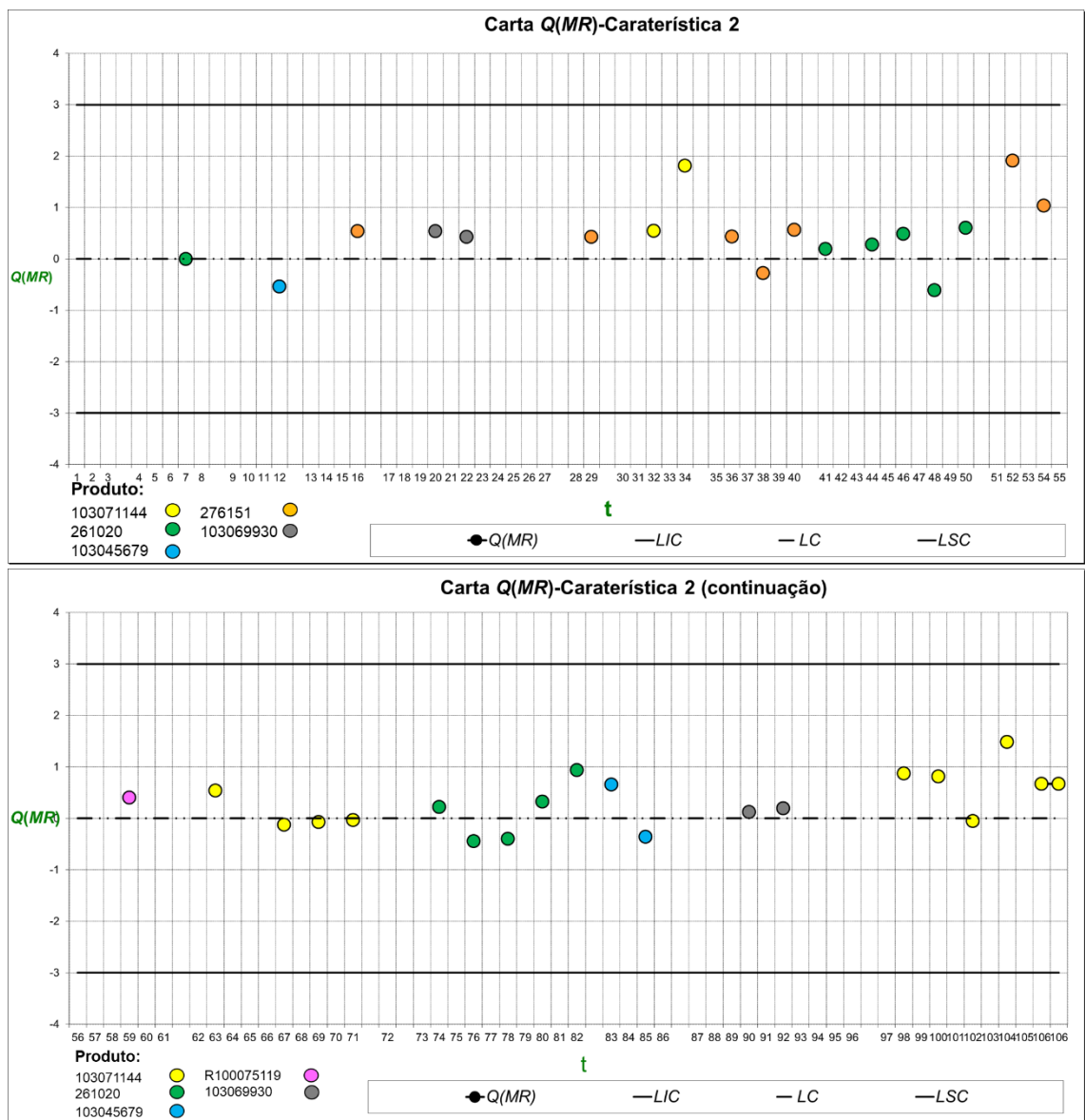


Figura L.38- Carta Q(MR) relativa à caraterística 2 de todos os produtos

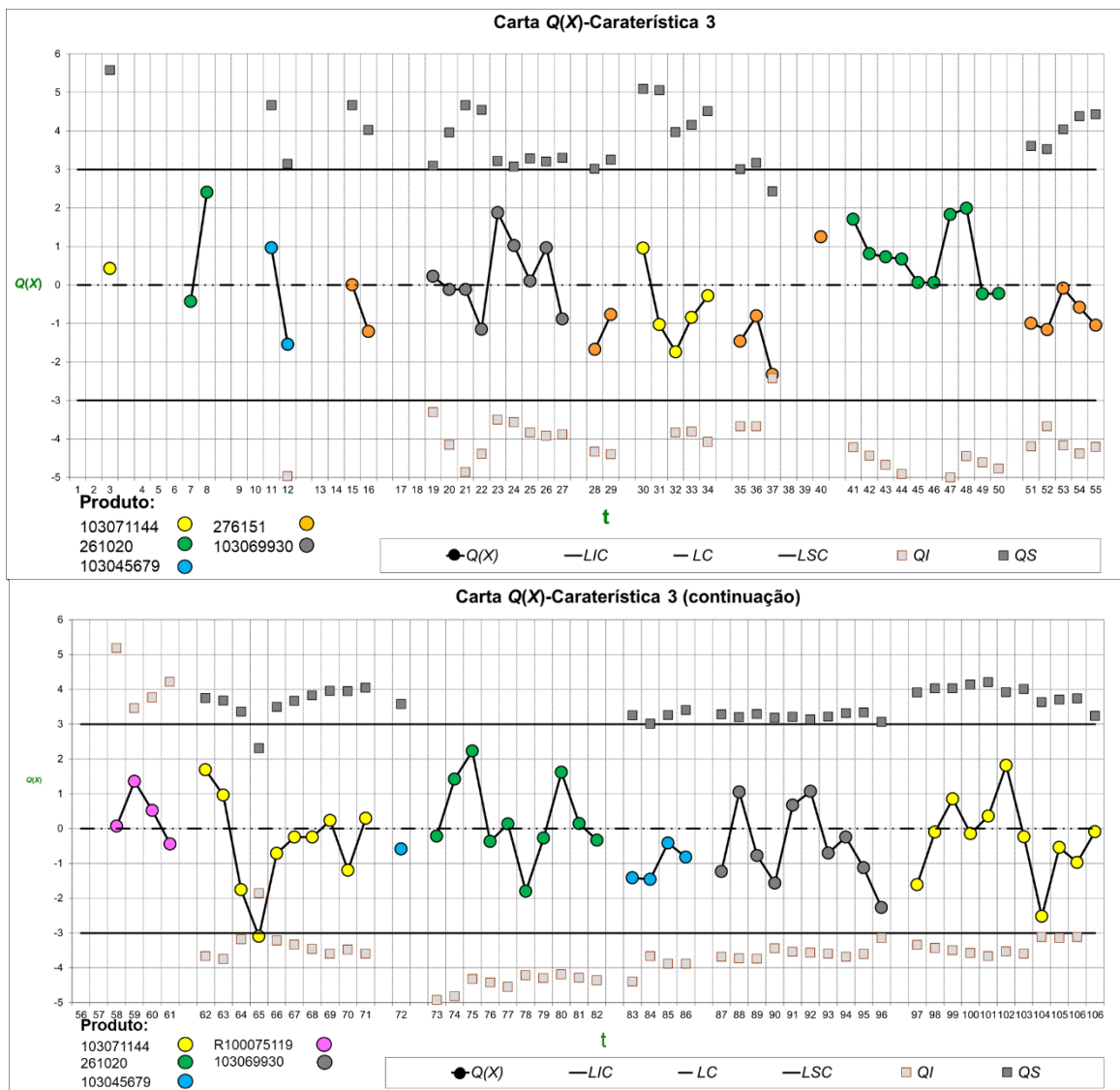


Figura L.39- Carta Q(X) relativa à caraterística 3 de todos os produtos

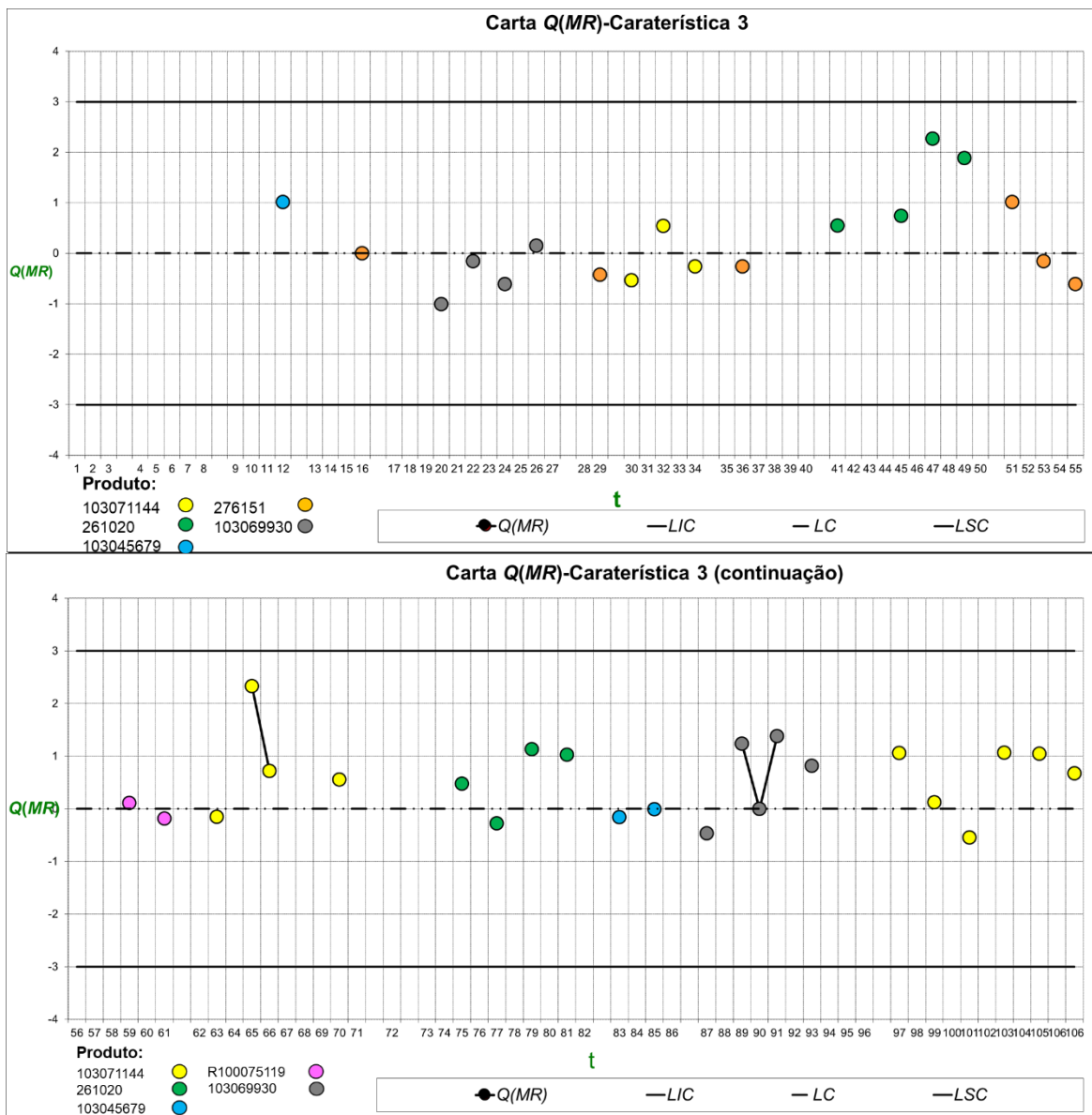


Figura L.40- Carta Q(MR) relativa à caraterística 3 de todos os produtos

Anexo M: Cartas MQ(X)

Produto 261020

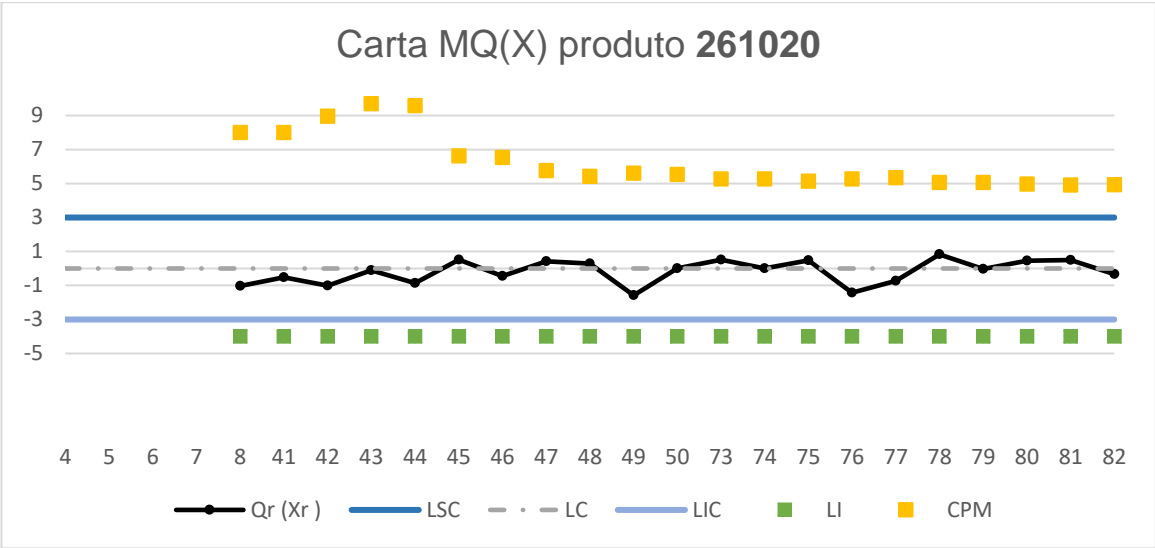


Figura M.1- Carta Multivariada MQ(X) relativa às caraterísticas 1, 2 e 3 do produto 261020

Produto 276151

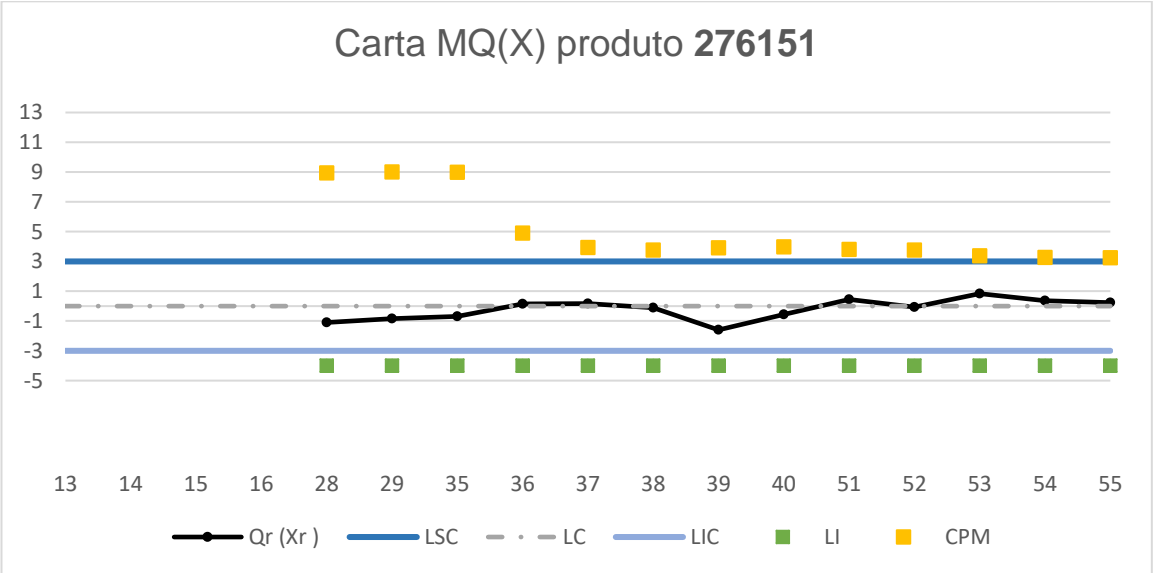


Figura M.2- Carta Multivariada MQ(X) relativa às caraterísticas 1, 2 e 3 do produto 276151

Produto 103069930

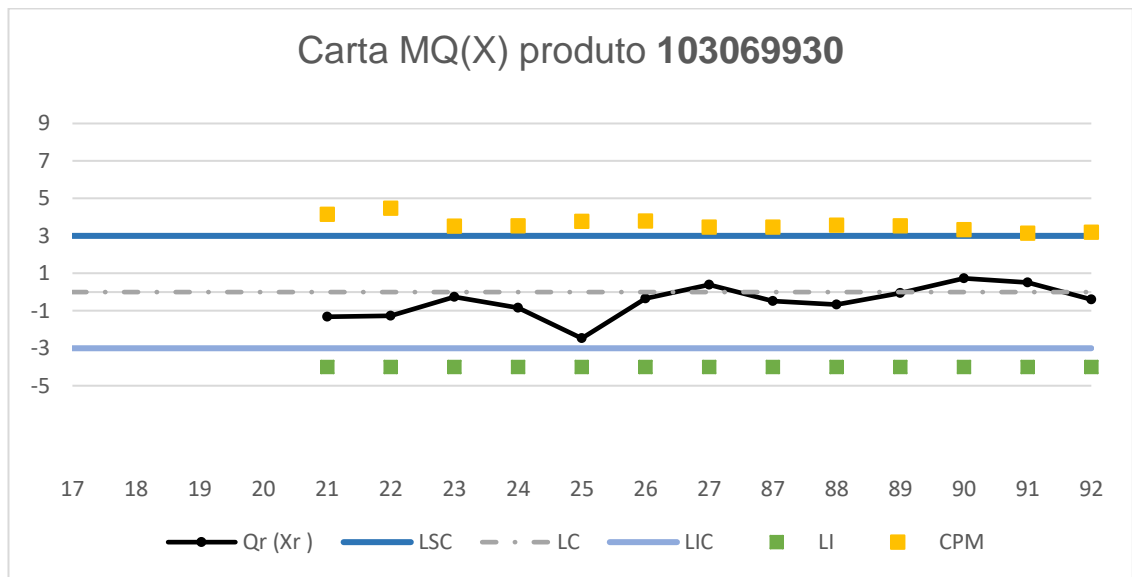


Figura M.3- Carta Multivariada MQ(X) relativa às caraterísticas 1, 2 e 3 do produto **103069930**

Produto 103045679

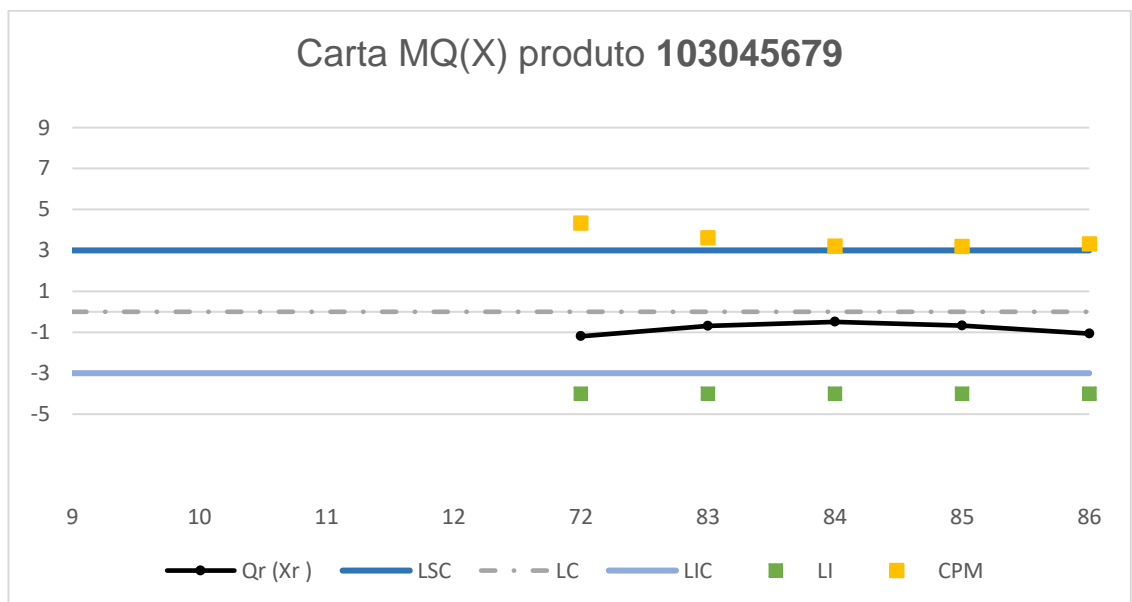


Figura M.4- Carta Multivariada MQ(X) relativa às caraterísticas 1, 2 e 3 do produto **103045679**

Produto R100075117

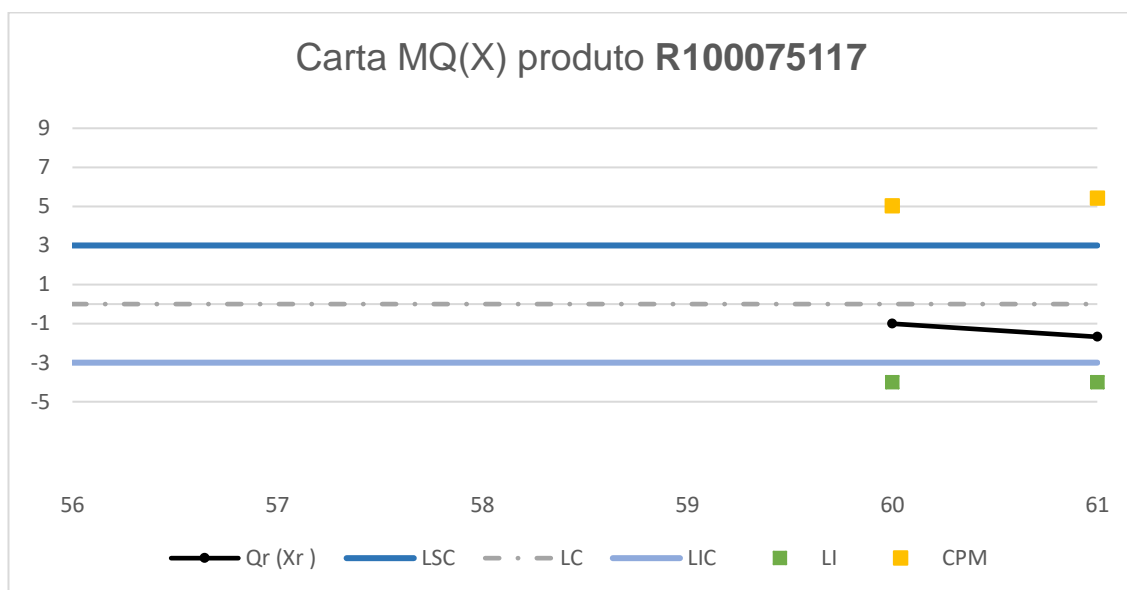


Figura M.5- Carta Multivariada MQ(X) relativa às características 1, 2 e 3 do produto **R100075117**

Anexo N: Tabelas auxiliares à construção da carta MQ(X) do produto 103071144

Devido à elevada quantidade de cálculos por produto, será apresentado a título exemplificativo para o produto **103071144** as tabelas auxiliares para construção das cartas MQ(X) bem como para o cálculo dos respetivos índices de capacidade.

Tabela N.1- Tabela auxiliar de cálculo à carta MQ(X) do produto 103071144

Instante	r	\bar{X}_1	\bar{X}_2	\bar{X}_3	$(X_r - \bar{X}_{r-1})^T$			Ar	$F_{p,r-1-p}$	MQ(X)
1	1									
2	2									
3	3									
30	4									
31	5	145,008	87,030	65,004	-0,008	0,010	-0,014	0,283	0,157	-1,009
32	6	145,002	87,030	64,998	-0,032	0,000	-0,028	0,498	0,280	-0,584
33	7	145,013	87,029	64,996	0,067	-0,009	-0,016	0,541	0,313	-0,487
34	8	145,004	87,031	64,995	-0,064	0,019	-0,005	0,526	0,313	-0,489
62	9	145,002	87,034	64,999	-0,012	0,026	0,031	0,854	0,478	-0,054
63	10	145,002	87,035	65,001	-0,002	0,005	0,019	0,213	0,116	-1,195
64	11	144,996	87,033	64,997	-0,056	-0,023	-0,037	1,234	0,633	0,340
65	12	144,994	87,031	64,989	-0,024	-0,021	-0,089	1,616	0,739	0,641
66	13	144,998	87,031	64,988	0,042	-0,001	-0,008	0,393	0,239	-0,710
67	14	144,994	87,030	64,989	-0,044	-0,010	0,001	0,637	0,392	-0,274
68	15	144,999	87,029	64,989	0,061	-0,019	0,001	0,817	0,489	-0,027
69	16	144,998	87,028	64,989	-0,008	-0,008	0,011	0,318	0,188	-0,885
70	17	144,999	87,027	64,988	0,021	-0,017	-0,018	0,344	0,206	-0,820
71	18	145,001	87,027	64,989	0,029	-0,007	0,011	0,254	0,143	-1,068
97	19	145,000	87,027	64,987	-0,020	0,013	-0,027	0,867	0,520	0,051
98	20	145,000	87,029	64,988	0,000	0,031	0,002	1,328	0,700	0,524
99	21	145,001	87,030	64,989	0,019	0,010	0,021	0,269	0,153	-1,024
100	22	145,000	87,029	64,989	-0,030	-0,009	0,001	0,440	0,273	-0,603
101	23	145,000	87,030	64,989	0,000	0,020	0,011	0,469	0,293	-0,545
102	24	145,001	87,030	64,991	0,039	0,010	0,039	0,754	0,467	-0,083
103	25	145,004	87,031	64,991	0,076	0,019	-0,001	1,893	0,838	0,987
104	26	145,005	87,031	64,989	0,015	-0,011	-0,049	1,044	0,607	0,272
105	27	145,006	87,031	64,989	0,024	0,019	-0,009	0,829	0,509	0,021
106	28	145,009	87,031	64,988	0,071	-0,001	-0,018	1,195	0,667	0,433

Para o produto **103071144** são apresentadas as matrizes das covariâncias, respectivas matrizes inversas, matrizes das covariâncias excetuando a variável (j) e respectivas matrizes inversas, a cada instante r.

r						
5	$S^5 =$			$S_5(1) =$		$S_5^{-1}(1) =$
	0,0007	-0,0002	-0,0002	0,0002	0,0000	5088,3392
	-0,0002	0,0002	0,0000	0,0000	0,0002	-706,7138
	-0,0002	0,0000	0,0002	$S_5(2) =$		$S_5^{-1}(2) =$
	$S_{-1}^5 =$			0,0007	-0,0002	2857,1429
	3561,9887	2114,5374	4455,6325	-0,0002	0,0002	3809,5238
	2114,5374	6343,6123	1938,3260	$S_5(3) =$		$S_5^{-1}(3) =$
	4455,6325	1938,3260	11227,1869	0,0007	-0,0002	1793,7220
				-0,0002	0,0002	1345,2915
						6008,9686
6	$S^6 =$			$S_6(1) =$		$S_6^{-1}(1) =$
	0,0008	-0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	6296,7581
	-0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0003	-374,0648
	0,0000	0,0000	0,0003	$S_6(2) =$		$S_6^{-1}(2) =$
	$S_{-1}^6 =$			0,0008	0,0000	1290,2402
	1465,6968	1120,2895	-168,1348	0,0000	0,0003	-89,4226
	1120,2895	7153,0392	-502,5768	$S_6(3) =$		$S_6^{-1}(3) =$
	-168,1348	-502,5768	3011,8060	0,0008	-0,0001	1456,3107
				-0,0001	0,0002	1092,2330
						7069,1748
7	$S^7 =$			$S_7(1) =$		$S_7^{-1}(1) =$
	0,0015	-0,0002	-0,0002	0,0001	0,0000	7040,8163
	-0,0002	0,0001	0,0000	0,0000	0,0003	-918,3673
	-0,0002	0,0000	0,0003	$S_7(2) =$		$S_7^{-1}(2) =$
	$S_{-1}^7 =$			0,0015	-0,0002	704,8008
	854,0925	1128,6223	335,5363	-0,0002	0,0003	398,3657
	1128,6223	8532,2100	-474,9800	$S_7(3) =$		$S_7^{-1}(3) =$
	335,5363	-474,9800	3295,0832	0,0015	-0,0002	819,9251
				-0,0002	0,0001	1176,9892
						8463,7426
8	$S^8 =$			$S_8(1) =$		$S_8^{-1}(1) =$
	0,0020	-0,0004	-0,0001	0,0002	0,0000	5484,8188
	-0,0004	0,0002	0,0000	0,0000	0,0003	-411,3614
	-0,0001	0,0000	0,0003	$S_8(2) =$		$S_8^{-1}(2) =$
	$S_{-1}^8 =$			0,0020	-0,0001	518,2786
	844,8390	1708,7096	188,6614	-0,0001	0,0003	194,3545
	1708,7096	8940,7301	-29,7886	$S_8(3) =$		$S_8^{-1}(3) =$
	188,6614	-29,7886	3572,9822	0,0020	-0,0004	834,8773
				-0,0004	0,0002	1710,2825
						8940,4817

r								
9	$S^9 =$			$S_9(1) =$		$S_9^{-1}(1) =$		
	0,0017	-0,0004	-0,0001	0,0003	0,0001	4793,103	-1620,69	
	-0,0004	0,0003	0,0001	0,0001	0,0004	-1620,69	3137,931	
	-0,0001	0,0001	0,0004	$S_9(2) =$		$S_9^{-1}(2) =$		
	$S_{-1}^9 =$			0,0017	-0,0001	592,3085	225,844	
	843,4025	1309,0916	-121,0573	-0,0001	0,0004	225,8443	2676,041	
	1309,096	6825,0167	1808,5894	$S_9(3) =$		$S_9^{-1}(3) =$		
	121,0573	1808,5894	3155,3069	0,0017	-0,0004	838,7580	1239,7027	
				-0,0004	0,0003	1239,7027	5788,3519	
10	$S^{10} =$			$S_{10}(1) =$		$S_{10}^{-1}(1) =$		
	0,0016	-0,0003	-0,0001	0,0002	0,0001	5385,8025	-1774,691	
	-0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0004	-1774,6914	3163,580	
	-0,0001	0,0001	0,0004	$S_{10}(2) =$		$S_{10}^{-1}(2) =$		
	$S_{-1}^{10} =$			0,0016	-0,0001	665,0152	232,469	
	947,9245	1473,7365	-154,2490	-0,0001	0,0004	232,4695	2660,061	
	1473,7365	7677,0180	2014,5020	$S_{10}(3) =$		$S_{10}^{-1}(3) =$		
	-154,2490	2014,5020	3188,6801	0,0016	-0,0003	940,4628	1376,2871	
				-0,0003	0,0002	1376,2871	6404,3226	
11	$S^{11} =$			$S_{11}(1) =$		$S_{11}^{-1}(1) =$		
	0,0017	-0,0002	0,0001	0,0003	0,0002	5699,5354	-2364,481	
	-0,0002	0,0003	0,0002	0,0002	0,0005	-2364,4812	2973,670	
	0,0001	0,0002	0,0005	$S_{11}(2) =$		$S_{11}^{-1}(2) =$		
	$S_{-1}^{11} =$			0,0017	0,0001	580,8081	-126,262	
	673,9736	784,9687	-472,1642	0,0001	0,0005	-126,2626	2020,202	
	784,9687	6613,7787	2914,4050	$S_{11}(3) =$		$S_{11}^{-1}(3) =$		
	472,1642	2914,4050	3304,4537	0,0017	-0,0002	606,5073	368,5374	
				-0,0002	0,0003	368,5374	4043,3821	
12	$S^{12} =$			$S_{12}(1) =$		$S_{12}^{-1}(1) =$		
	0,0016	-0,0001	0,0003	0,0003	0,0004	5917,4252	-1775,587	
	-0,0001	0,0003	0,0004	0,0004	0,0012	-1775,5877	1336,192	
	0,0003	0,0004	0,0012	$S_{12}(2) =$		$S_{12}^{-1}(2) =$		
	$S_{-1}^{12} =$			0,0016	0,0003	638,5497	-160,511	
	737,6744	823,1753	-432,4315	0,0003	0,0012	-160,5119	843,756	
	823,1753	6836,0114	2258,1406	$S_{12}(3) =$		$S_{12}^{-1}(3) =$		
	432,4315	2258,1406	1589,6881	0,0016	-0,0001	620,0431	208,9094	
				-0,0001	0,0003	208,9094	3628,3388	

r							
13	$S^{13} =$			$S_{13}(1) =$		$S_{13}^{-1}(1) =$	
	0,0017	-0,0001	0,0003	0,0003	0,0003	6443,6778	-1925,903
	-0,0001	0,0003	0,0003	0,0003	0,0011	-1925,9037	1447,127
	0,0003	0,0003	0,0011	$S_{13}(2) =$		$S_{13}^{-1}(2) =$	
				0,0017	0,0003	620,0440	-137,518
	$S_{-1}^{13} =$			0,0003	0,0011	-137,5181	902,008
	696,5521	744,1939	-376,9134	$S_{13}(3) =$		$S_{13}^{-1}(3) =$	
	744,1939	7238,7721	2328,5967	0,0017	-0,0001	610,5093	212,6152
	376,9134	2328,5967	1651,0804	-0,0001	0,0003	212,6152	3954,6421
14	$S^{14} =$			$S_{14}(1) =$		$S_{14}^{-1}(1) =$	
	0,0017	0,0000	0,0002	0,0002	0,0003	6567,7899	-1955,348
	0,0000	0,0002	0,0003	0,0003	0,0011	-1955,3483	1526,125
	0,0002	0,0003	0,0011	$S_{14}(2) =$		$S_{14}^{-1}(2) =$	
				0,0017	0,0002	604,7766	-131,118
	$S_{-1}^{14} =$			0,0002	0,0011	-131,1186	972,410
	638,0190	479,9270	-281,2085	$S_{14}(3) =$		$S_{14}^{-1}(3) =$	
	479,9270	6928,7979	2166,8773	0,0017	0,0000	590,0948	110,6428
	281,2085	2166,8773	1650,0689	0,0000	0,0002	110,6428	4083,2455
15	$S^{15} =$			$S_{15}(1) =$		$S_{15}^{-1}(1) =$	
	0,0019	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0003	5910,4563	-1747,961
	-0,0001	0,0003	0,0003	0,0003	0,0010	-1747,9617	1533,400
	0,0002	0,0003	0,0010	$S_{15}(2) =$		$S_{15}^{-1}(2) =$	
				0,0019	0,0002	549,2876	-122,566
	$S_{-1}^{15} =$			0,0002	0,0010	-122,5661	1043,805
	627,0080	724,1272	-354,0622	$S_{15}(3) =$		$S_{15}^{-1}(3) =$	
	724,1272	6746,7457	2156,8656	0,0019	-0,0001	554,6850	283,5516
	354,0622	2156,8656	1733,3337	-0,0001	0,0003	283,5516	4062,8604
16	$S^{16} =$			$S_{16}(1) =$		$S_{16}^{-1}(1) =$	
	0,0017	-0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	5992,9907	-1717,289
	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0003	0,0009	-1717,2897	1571,711
	0,0002	0,0003	0,0009	$S_{16}(2) =$		$S_{16}^{-1}(2) =$	
				0,0017	0,0002	585,8448	-125,707
	$S_{-1}^{16} =$			0,0002	0,0009	-125,7076	1106,595
	655,5573	683,7402	-336,5917	$S_{16}(3) =$		$S_{16}^{-1}(3) =$	
	683,7402	6706,1253	2068,3517	0,0017	-0,0001	590,6150	284,6703
	336,5917	2068,3517	1744,5318	-0,0001	0,0002	284,6703	4253,8463

r							
17	$S^{17} =$			$S_{17}(1) =$		$S_{17}^{-1}(1) =$	
	0,0017	-0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	6042,2546	-1828,642
	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0003	0,0009	-1828,6427	1676,463
	0,0002	0,0003	0,0009	$S_{17}(2) =$		$S_{17}^{-1}(2) =$	
				0,0017	0,0002	610,0804	-110,580
	$S_{-1}^{17} =$			0,0002	0,0009	-110,5802	1143,082
	694,8642	763,8576	-357,1235	$S_{17}(3) =$		$S_{17}^{-1}(3) =$	
	763,8576	6881,9561	2221,2252	0,0017	-0,0001	626,2960	337,3797
	357,1235	2221,2252	1860,0063	-0,0001	0,0002	337,3797	4229,3623
18	$S^{18} =$			$S_{18}(1) =$		$S_{18}^{-1}(1) =$	
	0,0016	-0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	6173,8374	-1817,799
	-0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0008	-1817,7991	1717,605
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{18}(2) =$		$S_{18}^{-1}(2) =$	
				0,0016	0,0002	630,0065	-128,046
	$S_{-1}^{18} =$			0,0002	0,0008	-128,0461	1208,405
	730,2545	846,9936	-397,8064	$S_{18}(3) =$		$S_{18}^{-1}(3) =$	
	846,9936	7156,2321	2279,1992	0,0016	-0,0001	648,4425	378,2581
	397,8064	2279,1992	1934,3106	-0,0001	0,0002	378,2581	4470,6506
19	$S^{19} =$			$S_{19}(1) =$		$S_{19}^{-1}(1) =$	
	0,0016	-0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	5657,0812	-1442,732
	-0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0008	-1442,7324	1554,617
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{19}(2) =$		$S_{19}^{-1}(2) =$	
				0,0016	0,0002	661,9496	-152,739
	$S_{-1}^{19} =$			0,0002	0,0008	-152,7399	1221,919
	770,5913	845,8513	-393,5267	$S_{19}(3) =$		$S_{19}^{-1}(3) =$	
	845,8513	6585,5427	1874,6929	0,0016	-0,0001	682,3795	425,6256
	393,5267	1874,6929	1755,5845	-0,0001	0,0002	425,6256	4583,6604
20	$S^{20} =$			$S_{20}(1) =$		$S_{20}^{-1}(1) =$	
	0,0015	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0002	4576,2967	-1191,194
	-0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0008	-1191,1942	1562,123
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{20}(2) =$		$S_{20}^{-1}(2) =$	
				0,0015	0,0002	698,7156	-161,153
	$S_{-1}^{20} =$			0,0002	0,0008	-161,1535	1289,228
	784,3589	663,3014	-353,5616	$S_{20}(3) =$		$S_{20}^{-1}(3) =$	
	663,3014	5137,2246	1490,1873	0,0015	-0,0001	711,7443	357,2462
	353,5616	1490,1873	1721,4962	-0,0001	0,0003	357,2462	3847,2664

r							
21	$S^{21} =$			$S_{21}(1) =$		$S_{21}^{-1}(1) =$	
	0,0014	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0002	4788,9888	-1280,268
	-0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0008	-1280,2680	1619,633
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{21}(2) =$		$S_{21}^{-1}(2) =$	
				0,0014	0,0002	730,0542	-183,179
	$S_{-1}^{21} =$			0,0002	0,0008	-183,1797	1323,334
	814,3162	670,8984	-383,6772	$S_{21}(3) =$		$S_{21}^{-1}(3) =$	
	670,8984	5341,7282	1596,3717	0,0014	-0,0001	732,5525	330,7026
	383,6772	1596,3717	1800,4089	-0,0001	0,0003	330,7026	3926,2704
22	$S^{22} =$			$S_{22}(1) =$		$S_{22}^{-1}(1) =$	
	0,0014	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0002	4918,1498	-1310,554
	-0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0007	-1310,5549	1690,301
	0,0002	0,0002	0,0007	$S_{22}(2) =$		$S_{22}^{-1}(2) =$	
				0,0014	0,0002	741,2398	-183,965
	$S_{-1}^{22} =$			0,0002	0,0007	-183,9652	1386,731
	807,2298	594,5100	-358,7639	$S_{22}(3) =$		$S_{22}^{-1}(3) =$	
	594,5100	5355,9956	1574,7780	0,0014	-0,0001	737,6466	289,0777
	358,7639	1574,7780	1849,7502	-0,0001	0,0003	289,0777	4015,3142
23	$S^{23} =$			$S_{23}(1) =$		$S_{23}^{-1}(1) =$	
	0,0013	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0002	4810,4956	-1341,107
	-0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0007	-1341,1079	1767,824
	0,0002	0,0002	0,0007	$S_{23}(2) =$		$S_{23}^{-1}(2) =$	
				0,0013	0,0002	776,3913	-191,424
	$S_{-1}^{23} =$			0,0002	0,0007	-191,4243	1441,136
	842,3209	586,5884	-371,2134	$S_{23}(3) =$		$S_{23}^{-1}(3) =$	
	586,5884	5218,9931	1599,6192	0,0013	-0,0001	770,9747	279,1460
	371,2134	1599,6192	1931,4189	-0,0001	0,0003	279,1460	3894,1736
24	$S^{24} =$			$S_{24}(1) =$		$S_{24}^{-1}(1) =$	
	0,0013	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0002	5027,2961	-1385,759
	-0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0008	-1385,7599	1705,087
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{24}(2) =$		$S_{24}^{-1}(2) =$	
				0,0013	0,0002	789,3442	-248,609
	$S_{-1}^{24} =$			0,0002	0,0008	-248,6094	1401,407
	855,9905	602,7766	-435,7537	$S_{24}(3) =$		$S_{24}^{-1}(3) =$	
	602,7766	5451,7630	1692,6117	0,0013	-0,0001	757,4488	220,0081
	435,7537	1692,6117	1926,9137	-0,0001	0,0003	220,0081	3964,9635

r							
25	$S^{25} =$			$S_{25}(1) =$		$S_{25}^{-1}(1) =$	
	0,0015	0,0000	0,0002	0,0003	0,0002	4846,6600	-1331,549
	0,0000	0,0003	0,0002	0,0002	0,0007	-1331,5490	1746,403
	0,0002	0,0002	0,0007	$S_{25}(2) =$		$S_{25}^{-1}(2) =$	
				0,0015	0,0002	683,1548	-212,680
	$S_{-1}^{25} =$			0,0002	0,0007	-212,6803	1446,791
	694,9575	241,2304	-282,6292	$S_{25}(3) =$		$S_{25}^{-1}(3) =$	
	241,2304	4930,3948	1429,6540	0,0015	0,0000	652,0427	24,1497
	282,6292	1429,6540	1861,3447	0,0000	0,0003	24,1497	3832,3121
26	$S^{26} =$			$S_{26}(1) =$		$S_{26}^{-1}(1) =$	
	0,0015	0,0000	0,0002	0,0003	0,0002	5042,0939	-1351,066
	0,0000	0,0003	0,0002	0,0002	0,0008	-1351,0664	1620,498
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{26}(2) =$		$S_{26}^{-1}(2) =$	
				0,0015	0,0002	695,1870	-162,726
	$S_{-1}^{26} =$			0,0002	0,0008	-162,7262	1296,560
	705,9131	234,3433	-228,0310	$S_{26}(3) =$		$S_{26}^{-1}(3) =$	
	234,3433	5119,8893	1426,7663	0,0015	0,0000	675,2205	42,3030
	228,0310	1426,7663	1694,1595	0,0000	0,0003	42,3030	3918,3130
27	$S^{27} =$			$S_{27}(1) =$		$S_{27}^{-1}(1) =$	
	0,0014	0,0000	0,0002	0,0003	0,0002	4809,5708	-1244,378
	0,0000	0,0003	0,0002	0,0002	0,0008	-1244,3782	1625,820
	0,0002	0,0002	0,0008	$S_{27}(2) =$		$S_{27}^{-1}(2) =$	
				0,0014	0,0002	709,1316	-157,789
	$S_{-1}^{27} =$			0,0002	0,0008	-157,7897	1338,973
	713,3689	143,1821	-195,7780	$S_{27}(3) =$		$S_{27}^{-1}(3) =$	
	143,1821	4838,3092	1283,6733	0,0014	0,0000	690,5479	-6,4502
	195,7780	1283,6733	1679,5503	0,0000	0,0003	-6,4502	3857,2031
28	$S^{28} =$			$S_{28}(1) =$		$S_{28}^{-1}(1) =$	
	0,0016	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	4984,9721	-1275,225
	0,0000	0,0002	0,0002	0,0002	0,0008	-1275,2254	1658,144
	0,0001	0,0002	0,0008	$S_{28}(2) =$		$S_{28}^{-1}(2) =$	
				0,0016	0,0001	635,8265	-97,681
	$S_{-1}^{28} =$			0,0001	0,0008	-97,6816	1346,930
	637,7810	98,8574	-123,2710	$S_{28}(3) =$		$S_{28}^{-1}(3) =$	
	98,8574	5000,2952	1294,3327	0,0016	0,0000	628,7465	3,9963
	123,2710	1294,3327	1681,9703	0,0000	0,0002	3,9963	4004,2627

Tabela N.2- Tabela auxiliar para calculo do índice de capacidade $(C_{PM})_{MQ}$ para o produto
103071144

r	$\det(S^{-1})$	$\det(S^{-1}(1))$	$\det(S^{-1}(2))$	$\det(S^{-1}(3))$	LIP	LSP	LIE	LSE	CPM
5	1,0E+11	2,8E+07	1,6E+07	9,0E+06	144,942	145,058	144,800	145,200	6,58
					86,957	87,043	86,900	87,100	
					64,968	65,032	64,900	65,100	
6	2,7E+10	1,9E+07	3,8E+06	9,1E+06	144,910	145,090	144,800	145,200	4,65
					86,959	87,041	86,900	87,100	
					64,937	65,063	64,900	65,100	
7	1,8E+10	2,1E+07	2,1E+06	5,6E+06	144,882	145,118	144,800	145,200	4,44
					86,963	87,037	86,900	87,100	
					64,940	65,060	64,900	65,100	
8	1,6E+10	1,9E+07	1,8E+06	4,5E+06	144,882	145,118	144,800	145,200	4,53
					86,964	87,036	86,900	87,100	
					64,943	65,057	64,900	65,100	
9	1,0E+10	1,2E+07	1,5E+06	3,3E+06	144,882	145,118	144,800	145,200	4,24
					86,958	87,042	86,900	87,100	
					64,939	65,061	64,900	65,100	
10	1,3E+10	1,4E+07	1,7E+06	4,1E+06	144,888	145,112	144,800	145,200	4,42
					86,961	87,039	86,900	87,100	
					64,939	65,061	64,900	65,100	
11	7,7E+09	1,1E+07	1,2E+06	2,3E+06	144,868	145,132	144,800	145,200	4,10
					86,958	87,042	86,900	87,100	
					64,940	65,060	64,900	65,100	
12	3,5E+09	4,8E+06	5,1E+05	2,2E+06	144,873	145,127	144,800	145,200	3,70
					86,958	87,042	86,900	87,100	
					64,914	65,086	64,900	65,100	
13	3,9E+09	5,6E+06	5,4E+05	2,4E+06	144,870	145,130	144,800	145,200	3,72
					86,960	87,040	86,900	87,100	
					64,915	65,085	64,900	65,100	
14	4,0E+09	6,2E+06	5,7E+05	2,4E+06	144,864	145,136	144,800	145,200	3,64
					86,959	87,041	86,900	87,100	
					64,915	65,085	64,900	65,100	
15	3,8E+09	6,0E+06	5,6E+05	2,2E+06	144,863	145,137	144,800	145,200	3,65
					86,958	87,042	86,900	87,100	
					64,917	65,083	64,900	65,100	
16	4,2E+09	6,5E+06	6,3E+05	2,4E+06	144,866	145,134	144,800	145,200	3,67
					86,958	87,042	86,900	87,100	
					64,918	65,082	64,900	65,100	
17	4,7E+09	6,8E+06	6,9E+05	2,5E+06	144,870	145,130	144,800	145,200	3,76
					86,959	87,041	86,900	87,100	
					64,920	65,080	64,900	65,100	
18	5,3E+09	7,3E+06	7,4E+05	2,8E+06	144,873	145,127	144,800	145,200	3,85
					86,959	87,041	86,900	87,100	
					64,922	65,078	64,900	65,100	
19	5,2E+09	6,7E+06	7,9E+05	2,9E+06	144,876	145,124	144,800	145,200	3,77
					86,958	87,042	86,900	87,100	
					64,918	65,082	64,900	65,100	
20	4,5E+09	5,7E+06	8,7E+05	2,6E+06	144,877	145,123	144,800	145,200	3,61
					86,952	87,048	86,900	87,100	
					64,917	65,083	64,900	65,100	

r	det(S^{-1})	det($S^{-1}(1)$)	det($S^{-1}(2)$)	det($S^{-1}(3)$)	LIP	LSP	LIE	LSE	CPM
21	4,98E+09	6,12E+06	9,33E+05	2,77E+06	144,880	145,120	144,800	145,200	3,69
					86,953	87,047	86,900	87,100	
					64,919	65,081	64,900	65,100	
22	5,32E+09	6,60E+06	9,94E+05	2,88E+06	144,879	145,121	144,800	145,200	3,70
					86,953	87,047	86,900	87,100	
					64,920	65,080	64,900	65,100	
23	5,65E+09	6,71E+06	1,08E+06	2,92E+06	144,882	145,118	144,800	145,200	3,74
					86,952	87,048	86,900	87,100	
					64,922	65,078	64,900	65,100	
24	5,69E+09	6,65E+06	1,04E+06	2,95E+06	144,883	145,117	144,800	145,200	3,77
					86,953	87,047	86,900	87,100	
					64,922	65,078	64,900	65,100	
25	4,65E+09	6,69E+06	9,43E+05	2,50E+06	144,870	145,130	144,800	145,200	3,56
					86,951	87,049	86,900	87,100	
					64,920	65,080	64,900	65,100	
26	4,48E+09	6,35E+06	8,75E+05	2,64E+06	144,871	145,129	144,800	145,200	3,54
					86,952	87,048	86,900	87,100	
					64,917	65,083	64,900	65,100	
27	4,47E+09	6,27E+06	9,25E+05	2,66E+06	144,871	145,129	144,800	145,200	3,51
					86,951	87,049	86,900	87,100	
					64,916	65,084	64,900	65,100	
28	4,23E+09	6,64E+06	8,47E+05	2,52E+06	144,864	145,136	144,800	145,200	3,46
					86,951	87,049	86,900	87,100	
					64,916	65,084	64,900	65,100	